

Università degli Studi di Bologna

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI

Corso di Laurea in Fisica

ANALISI DI MODELLI PER LA DINAMICA DELLA LINEA DI FRATTURA DEL NASTRO ADESIVO

Tesi di Laurea

Presentata da:

MATTEO CICCOTTI

Relatore:

Chiar.mo Prof. GIORGIO TURCHETTI

Co-relatori:

Dott. BRUNO GIORGINI

Prof. MICHEL BARQUINS

Sessione Straordinaria

Anno Accademico 1994-95

1.	INTRODUZIONE.....	3
1.1	MOTIVAZIONE ED OBIETTIVI.....	3
1.2	ORGANIZZAZIONE DELLA TESI.....	4
1.3	SOMMARIO.....	4
2.	CONCETTI DI BASE.....	10
2.1	Il fenomeno dello stick-slip.....	10
2.1.1	Stick-slip nella trazione di un corpo.....	10
2.1.2	Stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo.....	13
2.2	NOZIONI DI DINAMICA DELLE FRATTURE.....	14
2.2.1	Forze di adesione.....	15
2.2.2	Forze di aderenza.....	16
2.2.3	Tasso di restituzione dell'energia meccanica.....	16
2.2.4	Caratterizzazione della curva di dissipazione.....	18
2.2.5	Dinamica della separazione.....	19
3.	STUDIO DELLO SVOLGIMENTO DEL NASTRO ADESIVO.....	22
3.1	ESPERIENZA DI BARQUINS, KHANDANI, MAUGIS (1986).....	22
3.1.1	Modello per il nastro adesivo.....	22
3.1.2	Descrizione dell'esperienza.....	22
3.1.3	Misura della curva di dissipazione.....	23
3.1.4	Modello per il regime di Stick-Slip (1 grado di libertà).....	24
3.1.5	Studio del periodo dei cicli di Stick-Slip.....	25
3.2	STUDIO DI MAUGIS (1987).....	26
3.2.1	Modello per l'influenza dell'inerzia (2 gradi di libertà).....	26
3.2.2	Previsione dei cicli limite.....	28
3.3	STUDIO DI HONG E YUE (1995).....	29
3.3.1	Modello per la variazione dell'angolo di pelaggio (3 gradi di libertà).....	29
3.3.2	Progressi nell'interpretazione del fenomeno.....	30
3.3.3	Simulazioni numeriche e Caos.....	31
3.4	ConCLUSIONI E PROBLEMI APERTI.....	33
4.	ESPERIMENTO I : TRAZIONE A PESO.....	34
4.1	MOTIVAZIONI E NOVITA'.....	34
4.2	Schema di Montaggio.....	35
4.2.1	Giustificazione dinamica.....	35
4.3	Studio del ramo lento.....	36
4.3.1	Metodi di Misura.....	36
4.3.2	Analisi dei dati e Studio delle fluttuazioni.....	37
4.3.3	Risultati.....	39
4.4	Studio del presunto ramo rapido.....	44
4.4.1	Considerazioni preliminari.....	44
4.4.2	Metodo di misura.....	44
4.4.3	Analisi e risultati.....	45
4.5	RIPETIZIONE DELL'ESPERIENZA CON PESI MAGGIORI.....	46
4.5.1	Ipotesi dei tre punti di funzionamento.....	46
4.5.2	Metodi pratici per ottenere le alte velocità e risultati.....	48

4.5.3	Conferma dei tre punti di funzionamento.....	49
4.5.4	Problema della verticalità.....	49
5.	ESPERIMENTO II : TRAZIONE A MOTORE	51
5.1	Motivazioni e Novita'	51
5.2	Schema di montaggio	52
5.2.1	Registrazione delle emissioni sonore	52
5.2.2	Registrazione delle emissioni luminose	53
5.3	Descrizione dell'esperienza	53
5.3.1	Determinazione del range di stick-slip	53
5.3.2	Prelevamento dei dati.....	54
5.4	STUDIO Critico DEI SEGNALI	54
5.4.1	Interpretazione dei tracciati.....	54
5.4.2	Valutazione dei risultati.....	55
5.4.3	Proposte di messa a punto del metodo	56
6.	EVOLUZIONE DEL MODELLO TEORICO.....	58
6.1	MODELLO a tre variabili	58
6.1.1	Formulazione matematica	58
6.1.2	Riduzione a tre equazioni	60
6.1.3	Linearizzazione e analisi di stabilità.....	62
6.2	MODELLO DI PROPAGAZIONE CATASTROFICA	63
6.2.1	Critica dell'accoppiamento di v e ω	63
6.2.2	Catastrofi e Isteresi	64
6.2.3	Interpretazione termodinamica	66
6.2.4	Giustificazione del vincolo dinamico	68
6.2.5	Descrizione di un salto sul supporto rotante.....	69
6.2.6	Descrizione di un ciclo di Stick-slip	69
6.2.7	Operatore per un ciclo	71
6.2.8	Critica del modello dei cicli limite	72
6.2.9	Discussione dei risultati di Hong e Yue	73
6.3	Modello delle catastrofi precoci.....	74

1. INTRODUZIONE.

1.1 MOTIVAZIONE ED OBIETTIVI.

Questo lavoro é nato all'interno del progetto ERASMUS cui ho partecipato nell'anno accademico 1994/95 presso l'Université de Paris 7 e precisamente grazie all'esame di Physique Expérimentale, che permette agli studenti di provarsi nella realizzazione completa di una esperienza di laboratorio.

A dei gruppi di tre studenti vengono proposti dei soggetti di ricerca recente, differenti ogni anno, su cui viene fornita una breve bibliografia. In una prima fase il compito è di documentarsi sull'argomento e di formulare una proposta di esperienza; progettare i montaggi, considerare la reperibilità e i costi del materiale necessario, valutare i tempi di realizzazione dell'esperienza. La seconda fase è la realizzazione del progetto.

Tra i soggetti proposti ho scelto lo studio della dinamica di svolgimento del nastro adesivo, un po' per l'originalità dell'argomento, un po' per approfondire le mie conoscenze nello studio dei sistemi dinamici non lineari, un po' perché le pubblicazioni sull'argomento mostravano un campo di ricerca aperto e in via di sviluppo. Il fenomeno studiato si inquadra infatti nel campo della teoria di propagazione delle fratture, che coinvolge molti aspetti della fisica, quali le teorie sui processi discontinui e sul caos deterministico dei sistemi non lineari.

L'esperienza è stata molto interessante anche grazie alla possibilità di accedere al materiale contenuto nei vari laboratori dell'università e di poter addirittura costruire i pezzi necessari con appositi macchinari. Inoltre l'apertura di una città come Parigi, mi ha permesso di contattare il professore Michel Barquins, autore di alcune pubblicazioni sul nastro adesivo che ringrazio per la cordiale collaborazione alla realizzazione dell'esperienza.

Successivamente all'esame, la mia collaborazione con M. Barquins per l'interpretazione della dinamica del nastro adesivo é continuata e mi ha permesso di pubblicare i risultati ottenuti sulla rivista internazionale C.R.Academie des Sciences [r05]. L'interesse per alcuni problemi irrisolti mi ha spinto proseguire il lavoro con l'obiettivo di farne una tesi di Laurea a Bologna, dove ho potuto approfondire gli aspetti teorici del problema grazie anche ai consigli dei professori Prof. Giorgio Turchetti, Dott. Bruno Giorgini, Prof. Roberto Livi, Prof. Graziano Servizi.

Ringrazio Alessandro Varotto e Arnaud Boilot che hanno lavorato agli esperimenti assieme a me e ringrazio anche i miei genitori e gli amici che mi sono stati vicini durante il lavoro.

1.2 ORGANIZZAZIONE DELLA TESI.

- **Capitolo 1: INTRODUZIONE**

Descrive le motivazioni della tesi e contiene il sommario.

- **Capitolo 2: CONCETTI DI BASE**

Viene esposta la caratterizzazione del fenomeno dello stick-slip in due situazioni significative: lo strisciamento di due corpi l'uno contro l'altro e la propagazione di una frattura. Si inquadra poi il fenomeno dello svolgimento di un nastro di scotch all'interno della dinamica delle fratture, di cui vengono esposte le nozioni fondamentali.

- **Capitolo 3: STUDIO DEL NASTRO ADESIVO**

In questo capitolo viene presentato lo stato dell'arte sulla materia, descrivendo le esperienze dei francesi Barquins, Khandani e Maugis e l'evolversi dei modelli interpretativi della dinamica di stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo sia da parte degli autori citati, sia da parte degli americani Hong e Yue.

- **Capitolo 4: ESPERIMENTO I: TRAZIONE A PESO**

Contiene la descrizione della prima parte della sperimentazione in cui il nastro adesivo viene svolto mediante l'applicazione di un carico costante (gravità). Si studia le modalità di svolgimento e si misura la velocità di srotolamento in funzione della forza applicata (curva di dissipazione).

- **Capitolo 5: ESPERIMENTO II: TRAZIONE A MOTORE**

Contiene la descrizione della seconda parte della sperimentazione, in cui il nastro adesivo viene invece svolto mediante un motore che impone una velocità di trazione costante. Questa modalità di svolgimento consente di evidenziare il fenomeno dello stick-slip, di cui viene rilevato il comportamento mediante rilevatori sonori ed ottici.

- **Capitolo 6: EVOLUZIONE DEL MODELLO TEORICO**

Sulla base dei risultati sperimentali viene effettuata una discussione critica di alcuni aspetti dei modelli precedenti e la formulazione di nuove ipotesi interpretative. In particolare viene proposto un modello di propagazione catastrofica che consente di risolvere alcuni contrasti che emergono nei modelli precedenti.

1.3 SOMMARIO.

L'obiettivo di questo lavoro è studiare la natura del fenomeno di stick-slip nella propagazione delle fratture, prendendo come oggetto di studio lo svolgimento del nastro adesivo.

Lo **stick-slip** è un comportamento oscillatorio tipico dei sistemi meccanici elastici che contengono forze d'attrito. Il fenomeno si presenta come alternanza di fasi di bloccaggio (stick) e di scivolamento (slip). Alcuni esempi notevoli sono dati dal trascinarsi di un corpo pesante sul suolo, dal cigolio di una porta, dai terremoti o dal moto dell'archetto su una corda di violino.

Lo stick-slip è dovuto a due fatti: primo, che il coefficiente di attrito dinamico è inferiore a quello di attrito statico e secondo, che il sistema può immagazzinare energia in forma elastica. La natura del fenomeno consiste infatti nello scaricare di volta in volta nella

fase dinamica l'energia elastica immagazzinata nella fase statica a causa degli sforzi agenti sul sistema, in modo da instaurare un ciclo di oscillazioni a scatti, riconoscibile in molte situazioni dal suono caratteristico emesso.

Un fenomeno fortemente analogo al precedente si manifesta nella propagazione delle fratture nei solidi elastici. Anche qui all'apparenza il fenomeno si manifesta come un'alternanza di fasi di arresto e di propagazione della frattura, ma un attento studio mostra che in realtà in questo caso si tratta di alternanza di un regime di propagazione molto lento con un regime di propagazione violenta, accompagnati anche questa volta dall'emissione di un suono caratteristico (tipico degli strappi). Il nome più appropriato per questo fenomeno sarebbe quindi slip-slip, ma mi atterrò alla nomenclatura ufficiale!

Il nastro adesivo è un ottimo esempio per studiare il fenomeno dello stick-slip grazie alla sua maneggevolezza ed economicità. La separazione del nastro adesivo comporta infatti la propagazione di una frattura nell'interfaccia fra la colla di uno strato e il dorso elastico in poliestere dello strato inferiore.

La dinamica di svolgimento del nastro adesivo presenta il fenomeno di stick-slip quando si impone alla porzione separata un velocità di trazione costante (ad esempio con un motore che riavvolge il nastro attorno ad un altro rocchetto). Più precisamente il regime a scatti si instaura solo per un certo range di valori della velocità di trazione. Per valori inferiori o superiori a tale range lo svolgimento è stazionario.

Per capire la natura del fenomeno di stick-slip bisogna chiarire le proprietà dei meccanismi di adesione e di separazione di due corpi incollati. Le forze che tengono uniti due corpi con una superficie in comune si chiamano **forze d'adesione** e seguono meccanismi analoghi alle forze che garantiscono la coesione di un corpo unico. La loro intensità può essere espressa tramite **l'energia di adesione di Dupré w** , che rappresenta l'energia immagazzinata nei legami per unità di superficie di contatto. Tipicamente le interazioni dominanti sono quelle di Van der Waals per le quali l'energia di adesione è dell'ordine di 100 mJ/m^2 .

Nel momento in cui si tenta di separare i due corpi, intervengono una serie di forze aggiuntive, dovute a fenomeni deformativi e dissipativi del materiale, che prendono il nome di **forze di aderenza**. Sono queste a contribuire maggiormente al lavoro per unità di area necessario a separare i due corpi, che prende il nome di **tasso di restituzione dell'energia G** . L'intensità delle forze di aderenza è descrivibile tramite la **curva di dissipazione $\Phi(v)$** , che esprime il tasso di restituzione dell'energia in funzione della velocità di propagazione della frattura.

Tale curva ha un andamento tipico che caratterizza la propagazione delle fratture nei sistemi più vari (vedi figura 2.4). Il tasso di restituzione dell'energia cresce generalmente con la velocità di propagazione della frattura, ma la particolarità di tale curva è la presenza di un ramo a pendenza negativa in corrispondenza del quale la separazione diviene instabile originando i cicli di stick-slip.

In sostanza la presenza del regime di stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo, come in generale nella propagazione delle fratture, è dovuta all'esistenza di un ramo a pendenza negativa nella curva di dissipazione e alla possibilità di immagazzinare energia in forma elastica.

L'esperienza di Barquins, Khandani, Maugis del 1986 presenta una misura della curva di dissipazione, seguita da una prima analisi dinamica dei cicli di stick-slip. Il modello è molto semplice e descrive il fenomeno con una sola equazione differenziale unita alla curva di dissipazione. In tale modello il fenomeno è governato dal grado di libertà elastico del

nastro, che assorbe energia quando la velocità della frattura è inferiore alla velocità di trazione del motore per restituirla quando la velocità di frattura è superiore. Per il regime di stick-slip sono proposti dei cicli in cui la frattura percorre alternativamente il ramo lento e il ramo veloce della curva di dissipazione compiendo dei salti tra l'uno e l'altro (vedi fig.2.4).

Il modello non approfondisce la ragione di tali cicli e la natura dei salti di velocità, ma a partire da queste ipotesi riesce a spiegare alcuni aspetti qualitativi, quali la forma generale a dente di sega delle oscillazioni della forza di trazione e altri quantitativi, quali la previsione della durata dei cicli al variare dei parametri principali, che sono la velocità di trazione del motore e la lunghezza della porzione di nastro tra il rotolo di scotch e il motore.

A un anno di distanza Maugis riprende in mano il lavoro introducendo nel modello l'effetto dell'inerzia del rotolo di nastro. In questo modo ottiene un sistema di due equazioni differenziali, ancora facile da trattare, capace di spiegare l'instabilità del ramo a pendenza negativa e di prevedere la comparsa in tale ramo di cicli limite stabili tramite una biforcazione di Hopf ipercritica. La natura dello stick-slip viene associata a tali cicli limite continui riducendo i salti di velocità al caso limite di inerzia trascurabile.

Si osserva inoltre che l'andamento sperimentale di alcune variabili macroscopiche durante il regime di stick-slip è fortemente irregolare e si inizia a supporre che in un certo range di velocità di trazione il fenomeno presenti una dinamica caotica.

Nel 1995 i ricercatori statunitensi Hong e Yue [r03] arricchiscono il modello introducendo l'effetto delle oscillazioni della posizione della linea di frattura e delle conseguenti variazioni dell'angolo di pelaggio. La dinamica che ne risulta è molto complicata e consiste in un set di tre equazioni differenziali non lineari, ma permette una comprensione più accurata dei vari aspetti dell'evoluzione del fenomeno durante lo stick-slip. Inoltre Hong e Yue ritengono di aver provato che l'irregolarità osservata non sia dovuta a rumore, ma alla presenza di caos deterministico intrinseco al fenomeno.

La prima delle due esperienze che abbiamo realizzato, ha l'obiettivo di misurare la curva di dissipazione del nostro modello di nastro adesivo (Scotch 3M-600) e di studiare le modalità di propagazione a forza imposta.

Contrariamente ai lavori precedenti abbiamo deciso di lavorare a forza imposta usando come meccanismo di trazione delle masse agganciate al nastro adesivo. In questo modo abbiamo ovviato il problema della misurazione della forza di trazione. La velocità è stata invece misurata con un disco forato e una fotocellula.

Nel regime stazionario la situazione è fortemente analoga al caso della trazione a motore, di modo che le misure della curva di dissipazione sono equivalenti nei due casi. La situazione di lavoro a forza imposta è inoltre molto adatta a studiare la natura dei salti di velocità tra i due rami e dei fenomeni di isteresi.

Secondo le nostre previsioni, lavorando a forza imposta lo svolgimento dovrebbe essere sempre stabile, con la particolarità che quando la forza supera un valore critico, si ha un salto verso il ramo veloce. Dopo di che, diminuendo la forza, ci aspettiamo che la velocità rimanga nel ramo veloce, presentando un fenomeno di isteresi fino ad un secondo valore critico per il quale si ha un altro salto che riporta al ramo lento.

Concordemente alle previsioni la velocità di svolgimento aumenta con il peso agganciato fino ad un carico massimale $P_C \approx 170g$ e velocità di circa 10 cm/s; oltre tale valore, la velocità di discesa del peso aumenta bruscamente di un fattore dieci ($\sim 3-4$ m/s), ma in luogo dello svolgimento stabile, si hanno chiari segni della presenza di stick-slip. In un

primo momento abbiamo continuato le misure pensando di essere comunque sul ramo veloce, dato che, tranne per l'apparenza di stick-slip, il comportamento del sistema era quello atteso.

Aumentando il carico, i segni dello stick-slip permanevano. Per studiare la parte inferiore del ramo abbiamo cercato di sfruttare il fenomeno di isteresi, ovvero abbiamo fornito manualmente al nastro una velocità iniziale elevata e, come previsto, il sistema ha mantenuto la velocità del regime veloce anche per carichi inferiori a P_c .

L'aspetto complessivo della curva trovata era molto simile a quello dell'esperienza di Barquins, Khandani, Maugis, tranne per il lato quantitativo che non ci aspettavamo corrispondesse dato che abbiamo utilizzato un nastro adesivo differente.

Uno studio più attento ci ha permesso di spiegare la natura di tale stick-slip. In effetti la trazione a peso applica una forza costante solo se lo svolgimento è stazionario. Altrimenti bisogna riconsiderare il modello e si riesce a mostrare che può instaurarsi una situazione dinamica analoga alla trazione a velocità imposta. Tale situazione si innesca proprio nel momento del salto di velocità quando il carico supera il valore critico. In tale modo con lo stesso carico, il sistema può avere tre regimi di svolgimento, due stazionari e uno di stick-slip.

Ripetendo l'esperienza con pesi molto maggiori abbiamo verificato che in effetti il vero ramo veloce si trova a velocità più grandi di un'altro ordine di grandezza (~30-40 m/s), confermando le ipotesi interpretative. Il ramo veloce è molto difficile da raggiungere; per poterne misurare la parte inferiore abbiamo usato un sistema di due masse separate da un sottile filo di nylon lungo 10m. All'inizio il sistema raggiunge il ramo veloce sotto l'azione della massa totale, poi, quando la prima massa di tocca il suolo, lo svolgimento continua sotto la sola azione della seconda. L'insieme dei risultati per i tre rami è riportato sul grafico G4.3.

L'esperienza ha messo tra l'altro in evidenza il fatto che avvicinandosi al termine del ramo lento, l'equilibrio diventa sempre più precario e una minima perturbazione è sufficiente a innescare la propagazione a scatti.

Notiamo infine che il ramo centrale di stick-slip ha particolarità di essere nettamente verticale: la velocità media di svolgimento appare costante attorno a 3-4 m/s indipendentemente dal carico. Ciò che varia al variare del carico sono probabilmente la frequenza e l'ampiezza delle oscillazioni, il tutto come se in qualche modo la forma dei cicli si adattasse misteriosamente in modo tale da dissipare il lavoro compiuto da qualsiasi carico pur di mantenere tale velocità.

Lo scopo della seconda esperienza è di studiare il regime di stick-slip che si presenta nella trazione a velocità costante. Tale esperienza permette inoltre una migliore determinazione degli estremi dei rami stabili, dato che lavorando a velocità imposta non si hanno i fenomeni di metastabilità che abbiamo incontrato nella trazione a peso.

L'oggetto della misura è lo studio del periodo dei cicli di stick-slip al variare della velocità di trazione nel range di instabilità e al variare della lunghezza della porzione di nastro libera (che ne influenza il coefficiente di elasticità), per verificare le previsioni del modello di Barquins, Khandani, Maugis [r02]. Per rilevare l'istante di inizio dei cicli abbiamo utilizzato un nuovo metodo di misura da me ideato, basato sullo studio comparato delle emissioni sonore e luminose che accompagnano gli strappi bruschi che seguono i salti di velocità.

Le emissioni sonore erano già note, così abbiamo pensato di ricuperarle con un microfono, ma l'idea decisiva è stata quella di ricuperare le emissioni luminose che accompagnano la

forte ionizzazione provocata dallo strappo. Tali emissioni sono state rilevate con un fotomoltiplicatore e i due segnali sono stati inviati sulle due vie di un'oscillografo numerico.

Se le previsioni sono giuste, ci aspettiamo dei picchi di intensità in coincidenza in entrambi i segnali. Tali picchi, sono stati effettivamente ottenuti e la coincidenza è spesso perfetta. In generale però sono immersi nel resto del segnale e nel rumore di fondo che spesso interferiscono pesantemente creando molti problemi interpretativi. Purtroppo la selezione dei tracciati significativi ha decimato il numero dei dati in modo da non poter ottenere delle curve soddisfacenti. Alcuni tracciati sono riportati come esempio nella figura 5.2.

Si possono comunque fare delle osservazioni qualitative, quali che la durata dei cicli (distanza tra due picchi consecutivi) non è regolare, ma anzi presenta delle fluttuazioni relative molto grandi. Tali fluttuazioni non sono di origine sperimentale poiché i picchi sono molto stretti e marcati, ma sono intrinseche al fenomeno: i cicli di stick-slip sono differenti l'uno dall'altro e richiedono tempi diversi ad essere percorsi. L'irregolarità dei cicli di stick-slip cresce man mano che la velocità di trazione cresce e la grandezza "periodo di un ciclo" diventa via via meno definita.

In sostanza non possiamo ancora presentare delle curve di risultati comprovati, ma il nostro lavoro è servito definire un nuovo metodo di misura che, con alcuni accorgimenti, può raggiungere una ottima efficienza e precisione per lo studio delle serie temporali dei periodi di stick-slip, con la qualità ulteriore che, contrariamente al metodo della lamella flessibile usato da Barquins e Maugis, questo metodo di misura è disaccoppiato dalla dinamica del sistema.

In base ai risultati delle esperienze e ad uno studio critico dei modelli interpretativi precedenti, abbiamo effettuato un approfondimento del modello teorico che fornisce un'interpretazione dei salti di velocità all'interno della teoria delle catastrofi e di una lettura termodinamica.

Matematicamente i salti di velocità corrispondono a delle variazioni discontinue della velocità di equilibrio conseguenti a variazioni continue della forza esterna F applicata alla frattura e prendono il nome di **catastrofi**. Ma per capire i tempi e i modi con cui tali salti avvengono bisogna conoscere più in dettaglio la natura del sistema fisico.

A questo scopo abbiamo proposto una lettura della dinamica di propagazione delle fratture attraverso una analogia con il sistema termodinamico del gas di Van der Waals. Infatti se, con le dovute precauzioni, si porta il gas nel ramo metastabile dell'equazione di stato, all'aumentare della pressione, il sistema subisce una transizione brusca da gas a liquido, del tutto analoga ai salti di velocità della frattura, che al crescere della forza, subisce una brusca transizione dalla separazione lenta a quella veloce

In tale interpretazione termodinamica, l'avanzamento macroscopico è inteso come effetto medio di una moltitudine di microfratture e micro-deformazioni. Di modo che la curva di dissipazione assume il ruolo di equazione di stato per la frattura, con la precisazione che, in analogia con il gas di Van der Waals, i punti corrispondenti al ramo a pendenza negativa corrispondono a situazioni macroscopiche non realizzabili.

In questo modo il range di velocità intermedio è praticamente interdetto ed è disaccoppiato dalla dinamica della frattura, visto che ogni volta che la velocità vi entra, subisce un salto che la porta dall'altra parte.

I salti di velocità cessano quindi di essere un limite di inerzia nulla, e diventano parte integrante della dinamica delle fratture. Considerando le oscillazioni del punto di frattura, si risolvono le apparenti contraddizioni tra la presenza dei salti e gli effetti dell'inerzia.

Lo studio svolto ci porta a ritenere che il modello a tre gradi di libertà (iniziato da Hong e Yue e da noi proseguito aggiungendo le condizioni di salto) contenga le caratteristiche imprescindibili per la comprensione dello stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo. Osserviamo che in questo modello di propagazione catastrofica non c'è spazio per i cicli limite ipotizzati da Maugis, né per la biforcazione di Hopf. I cicli cominciano direttamente con ampiezza elevata, in accordo con le osservazioni.

Sotto queste ipotesi abbiamo costruito un operatore di evoluzione su un ciclo, che fornisce il punto di fase all'inizio di un ciclo in funzione del punto di inizio del ciclo precedente. Tale operatore può essere utile per studiare le serie temporali dei dati relativi al regime di stick-slip per capire se la irregolarità dei salti è dovuta o meno alla presenza di caos deterministico nella dinamica.

L'osservazione della metastabilità della parte terminale del ramo lento, ci ha spinto a formulare un'ipotesi di **catastrofi precoci**, in analogia con quanto accade per i rami metastabili della curva di Van der Waals. Avvicinandosi agli estremi dei rami, il sistema diviene sempre più sensibile alle piccole perturbazioni e si possono avere dei salti di velocità anche per valori della forza inferiori al valore critico.

Osserviamo che l'ipotesi termodinamica limita la validità della equazione di stato a variazioni dei parametri lente rispetto ai tempi di rilassamento del sistema. Quando la velocità di trazione aumenta nel range di stick-slip, la frequenza di cicli aumenta notevolmente superando anche i 700 cicli al secondo. È molto probabile che all'aumentare della frequenza il sistema sia sempre più sensibile alle perturbazioni, subendo catastrofi precoci ad ogni ciclo in punti aleatori.

Questa potrebbe essere una ragione (alternativa all'ipotesi caotica) della forte irregolarità che si osserva nei cicli di stick-slip all'aumentare della velocità di trazione. Sono inoltre spiegate la diminuzione dell'ampiezza delle oscillazioni della forza e la scomparsa delle tracce opache che si osservano all'aumentare della velocità.

2.CONCETTI DI BASE

2.1 IL FENOMENO DELLO STICK-SLIP

Lo stick-slip è un comportamento oscillatorio tipico dei sistemi meccanici elastici che contengono forze d'attrito. Il fenomeno si presenta come alternanza di fasi di bloccaggio (stick) e di scivolamento (slip). Alcuni esempi notevoli sono dati dal trascinarsi di un corpo pesante sul suolo, dal cigolio di una porta, dai terremoti o dal moto dell'archetto su una corda di violino.

Nel prossimo paragrafo analizzeremo un esempio che ci mostrerà come lo stick-slip in tali situazioni sia dovuto a due fatti: primo, che il coefficiente di attrito dinamico è inferiore a quello di attrito statico e secondo, alla capacità del sistema di immagazzinare energia in forma elastica. La natura del fenomeno consiste infatti nello scaricare di volta in volta nella fase dinamica l'energia elastica immagazzinata nella fase statica a causa degli sforzi agenti sul sistema, in modo da instaurare un ciclo di oscillazioni a scatti, riconoscibile in molte situazioni dal suono caratteristico emesso.

Un fenomeno fortemente analogo al precedente si manifesta nella propagazione delle fratture nei solidi elastici. Anche qui all'apparenza il fenomeno si manifesta come un'alternanza di fasi di arresto e di propagazione della frattura, ma un attento studio mostra che in realtà in questo caso si tratta di alternanza di un regime di propagazione molto lento (a volte difficile da percepire) con un regime di propagazione violenta, accompagnati pure in questo caso dall'emissione di un suono caratteristico (tipico degli strappi).

Lo studio di tale fenomeno è fondamentale per capire la durata di vita di una struttura o di un assemblaggio in funzione degli sforzi a cui è soggetto.

Come vedremo infatti la propagazione della frattura inizia solo per un certo sforzo di soglia, dopo di che si propaga lentamente e, al crescere degli sforzi (o al variare delle condizioni ambientali), può di colpo avanzare bruscamente rovinando completamente l'assemblaggio. La propagazione a scatti, che chiameremo ancora stick-slip (sarebbe più proprio chiamarla slip-slip!), deriva anche in questo caso dall'instaurarsi di cicli di scaricamento nella fase veloce dell'energia elastica accumulata dalle tensioni durante la fase lenta.

Nel mio lavoro mi sono interessato alla dinamica di separazione degli assemblaggi adesivi, che è un caso particolare di propagazione di una frattura tra due mezzi distinti, scegliendo di lavorare su un nastro adesivo, che è maneggevole ed allo stesso tempo economico. Il terreno sia teorico che sperimentale del "nastro adesivo" è già stato, per così dire, in parte "arato" da alcuni ricercatori ed i risultati si trovano in letteratura.

2.1.1 Stick-slip nella trazione di un corpo

Un sistema semplice che raccoglie gli aspetti essenziali dello stick-slip dovuto all'attrito consiste di un blocco pesante di massa m , trascinato su una superficie rugosa tramite una molla di costante k .

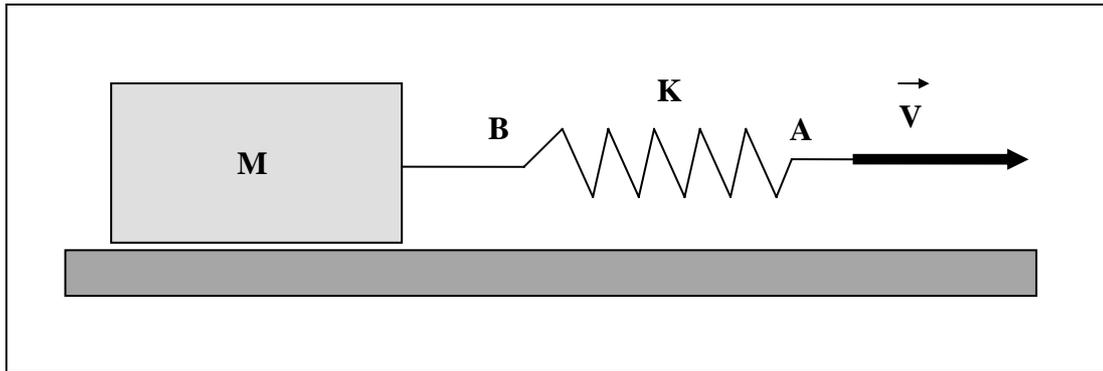


Figura 2.1 - Trazione di un blocco su una superficie rugosa.

L'estremità A della molla è tirata con una velocità costante V, in modo da creare uno sforzo di taglio sulla superficie di contatto del blocco con il piano.

La forza d'attrito tra le due superfici può essere caratterizzata dai valori dei coefficienti di attrito statico e dinamico. Il coefficiente d'attrito statico μ_S è definito come rapporto tra la forza tangenziale necessaria per mettere in moto il blocco e il carico normale; il coefficiente d'attrito dinamico μ_D è definito come rapporto tra la forza per mantenere il corpo a una velocità costante e il carico normale. Supponiamo per semplicità che μ_S e μ_D siano costanti e che $\mu_S > \mu_D$.

L'evoluzione dell'allungamento x della molla, ovvero della forza F applicata nel punto di trazione, è mostrata in figura 2.2 in cui si rappresenta la variabile adimensionale kx/mg per relazionarla ai valori dei coefficienti di attrito.

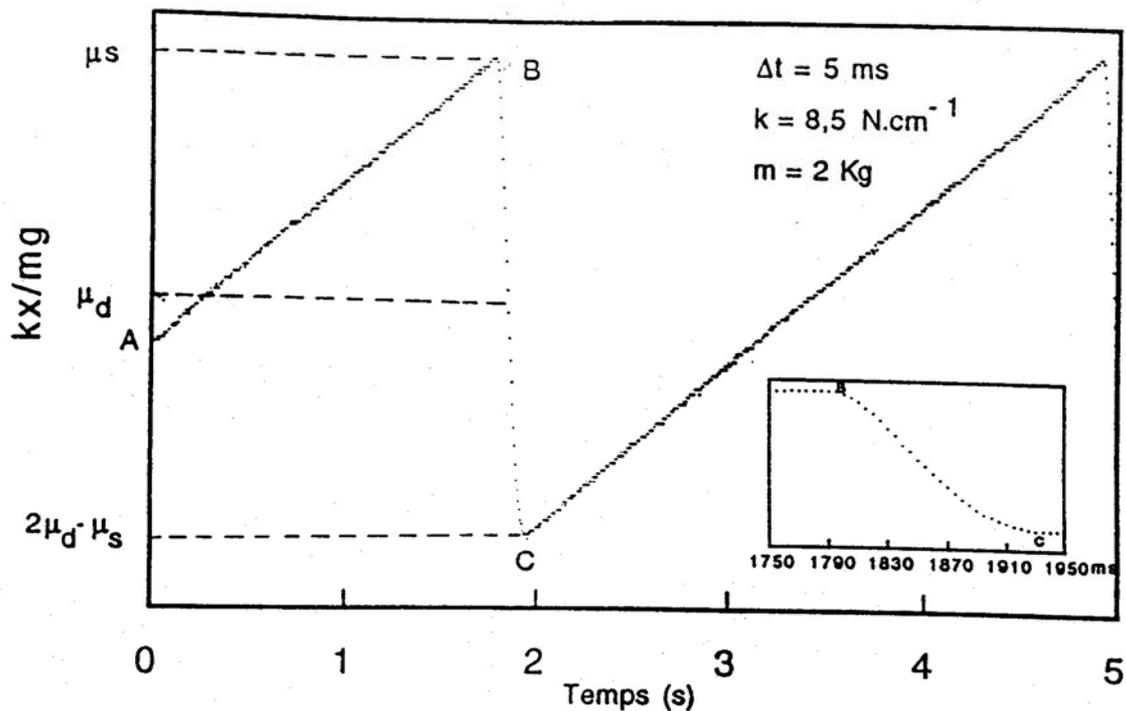


Figura 2.2 - Allungamento della molla nel tempo.

I dati in figura sono risultati sperimentali di altri studenti.

Inizialmente la massa m è a riposo (stick) e la molla si allunga linearmente con velocità V , la forza di attrito statica è uguale e opposta alla tensione $k \cdot x$ della molla e cresce con x fino a raggiungere il valore $mg\mu_s$ in cui il blocco si mette in moto (slip). A questo punto la forza d'attrito cade al valore dinamico $mg\mu_d$ e vi rimane fino a che il blocco non si ferma di nuovo. Il blocco accelera poiché la forza della molla non è più equilibrata, supera la posizione di equilibrio della molla, dopo di che decelera e si ferma.

L'evoluzione della variabile x nella fase di slip è data dall'equazione:

$$m\ddot{x} + kx = mg\mu_d \quad \text{E2.1}$$

con condizioni iniziali $x(0) = mg\mu_s / k$ e $\dot{x}(0) = V$. La soluzione è:

$$x(t) = \frac{mg}{k} [(\mu_s - \mu_d)\cos(\omega t)] + \frac{V}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{mg\mu_d}{k} \quad \text{E2.2}$$

con $\omega^2 = k/m$.

La massa si riblocca quando la velocità del blocco torna nulla, ovvero, considerando che V è piccola rispetto alla velocità media di scivolamento, quando $\omega t = \pi$. In tale momento si ha $x = mg(2\mu_d - \mu_s) / k$.

I tempi caratteristici di stick e di slip sono:

$$T_{Stick} = (x_B - x_C) / V = 2mg(\mu_s - \mu_d) / kV \quad \text{E2.3}$$

$$T_{Slip} = \pi\sqrt{m/k} \quad \text{E2.4}$$

e il secondo è molto breve rispetto al primo.

Notiamo che il tempo di slip dipende solo da k e da m , mentre il tempo di stick e l'ampiezza delle oscillazioni sono proporzionali alla differenza $\mu_S - \mu_D$.

In conclusione la presenza del grado di libertà elastico permette al sistema di avere un comportamento di tipo stick-slip se μ_D è inferiore a μ_S . In questo modello in cui μ_S e μ_D sono supposti costanti, lo stick-slip è un semplice ciclo di rilassamento della forza d'attrito attorno al suo valore dinamico.

2.1.2 Stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo

Andiamo ora a vedere come si può caratterizzare lo stick-slip nella propagazione delle fratture, analizzando il caso dello svolgimento del nastro adesivo, che permette di cogliere i tratti essenziali del fenomeno.

Il sistema base è mostrato in figura 2.3.

Il rotolo di nastro adesivo è fissato su un supporto rotante; una porzione di lunghezza L del nastro viene svolta e collegata ad un motore che impone una velocità di trazione costante V_0 .

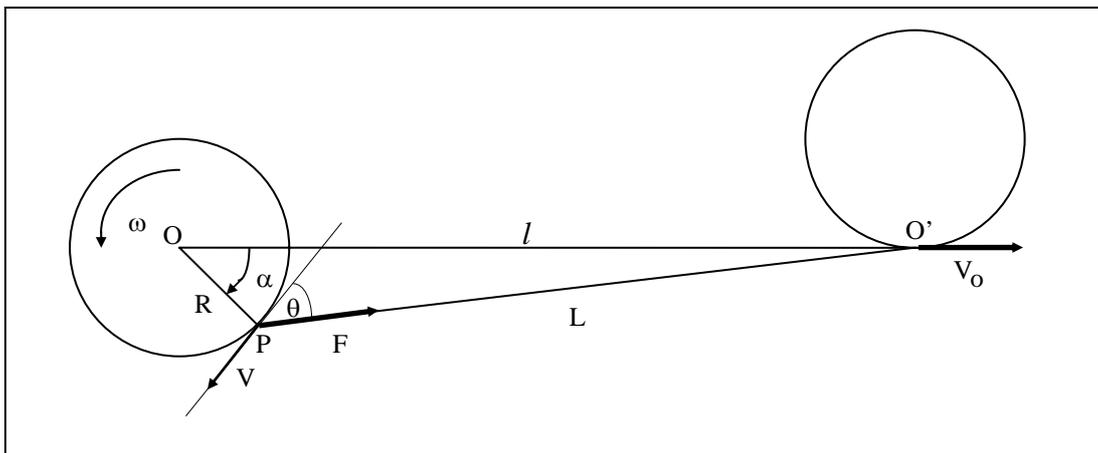


Figura 2.3 - Schema di svolgimento del nastro adesivo.

Variando la velocità di trazione si osserva che il sistema presenta due differenti regimi di svolgimento. Per le velocità inferiori a $\sim 10^{-1}$ m/s o superiori a ~ 3 m/s lo svolgimento è regolare e silenzioso. Nel range intermedio si instaura invece un regime di svolgimento a scatti (stick-slip) accompagnato da un rumore caratteristico (lo zip!) e dalla permanenza sul nastro svolto di una successione di sottili righe opache alternate a tratti lucidi. La situazione è riassunta in figura 2.4 in cui sono anche riportati i valori della potenza necessaria al motore per mantenere la velocità costante nel caso di svolgimento stazionario.

La curva in figura 2.4 rappresenta il tasso di dissipazione di energia del nastro adesivo in funzione della velocità di svolgimento ed ha un andamento tipico che caratterizza la propagazione delle fratture nei sistemi più vari. La particolarità di tale curva è la presenza di un ramo a pendenza negativa, sul quale lo svolgimento regolare non è possibile.

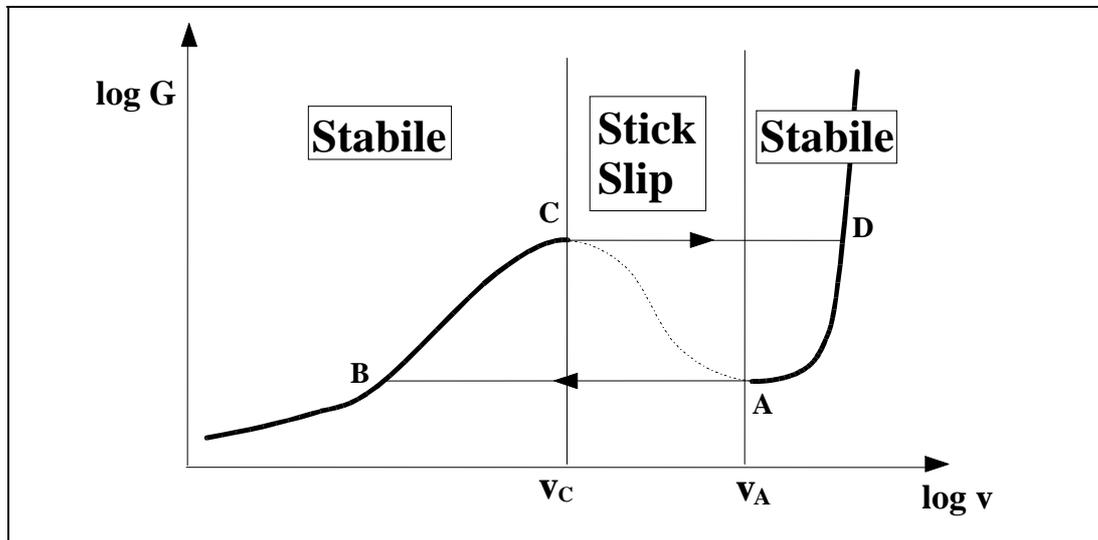


Figura 2.4 - Curva di dissipazione del nastro adesivo.

Quando la velocità del motore si trova in corrispondenza del ramo a pendenza negativa, il sistema inizia un regime a scatti compiendo una serie di salti tra i due rami stabili che sono fortemente analoghi a quelli visti per il trascinamento del corpo nel paragrafo precedente. Il regime di stick-slip é rappresentabile in figura 2.4 con dei cicli BCDAB. Nella fase lenta il nastro si tende immagazzinando energia che verrà poi restituita nella fase rapida. Le frecce indicano dei salti di velocità.

In sostanza la presenza del regime di stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo, come in generale nella propagazione delle fratture, è dovuta all'esistenza di un ramo a pendenza negativa nella curva di dissipazione in funzione della velocità e alla possibilità di immagazzinare energia in forma elastica.

2.2 NOZIONI DI DINAMICA DELLE FRATTURE

Prima di percorrere più in dettaglio le esperienze e i modelli interpretativi per il nastro adesivo esporrò alcune nozioni sulla dinamica di propagazione delle fratture, dato che l'argomento è molto specialistico e ancora in via di elaborazione. Siamo interessati principalmente alla propagazione di fratture lungo alcune superfici privilegiate in quanto più deboli all'interno della struttura del solido, e in particolare alla dinamica di separazione di due corpi distinti lungo l'interfaccia di contatto. Le forze che tengono uniti due corpi prendono il nome di **forze d'adesione** e sono della stessa natura delle forze che garantiscono la coesione di un corpo unico. Inoltre, nel momento in cui si tenta di separare i due corpi, intervengono una serie di forze aggiuntive, dovute a fenomeni deformativi e dissipativi, che prendono il nome di **forze di aderenza**. Sono queste a contribuire maggiormente al lavoro necessario a separare i due corpi e a stabilire la longevità di un assemblaggio sottoposto a sforzi. Vedremo come le proprietà di un assemblaggio siano

descrivibili rappresentando la **curva di dissipazione** in funzione della velocità di propagazione della frattura. Vedremo inoltre che la forma di questa curva è responsabile di un comportamento catastrofico che spiega come un assemblaggio, apparentemente stabile, possa rompersi all'improvviso.

2.2.1 Forze di adesione

Il fenomeno dell'adesione coinvolge un certo numero di concetti derivanti da diverse discipline scientifiche tra cui la reologia dei materiali, la fisico-chimica dei polimeri, delle superfici e delle interfacce. In letteratura coesistono più teorie e modelli che evidenziano maggiormente determinati aspetti del fenomeno rispetto ad altri. Nel nostro caso siamo interessati alla natura delle forze di adesione tra il liquido viscoadesivo, presente nella parte inferiore del nastro, e il dorso in poliestere dello strato di nastro sottostante.

La coesione di un corpo è assicurata dall'esistenza di forze interne che agiscono tra ogni molecola e le sue vicine più prossime, di modo che la risultante delle interazioni sia nulla. Le molecole che si trovano sulla superficie subiscono invece una risultante non nulla verso l'interno che tende a ridurre la superficie. Per la stessa ragione se avviciniamo due corpi, tra di essi si esercitano delle forze di attrazione molecolare già ad una distanza dell'ordine del decimo di micrometro. L'intensità di tali forze dipende dalla natura dei legami intramolecolari e dalla presenza di impurità (quali strati di ossido o altro).

Per separare in maniera isoterma e reversibile due parti di un solido lungo un piano immaginario di superficie unitaria, ovvero per rompere i legami incontrati su tale superficie, è necessario fornire un'energia pari a 2γ . La quantità γ rappresenta dunque **l'energia superficiale** del solido considerato.

Per materiali metallici o covalenti l'energia superficiale è molto elevata, dell'ordine di $1-3 \text{ J/m}^2$, per i cristalli ionici la gamma di energie è da 100 a 500 mJ/m^2 , per i materiali molecolari, le energie superficiali sono inferiori a 100 mJ/m^2 , ordine di grandezza dei legami idrogeno e delle forze di Van der Waals. Bisogna considerare che nell'atmosfera ordinaria, le forze più intense, che hanno un raggio d'azione molto piccolo, sono schermate dai sottili film di ossido e da tutte le impurità presenti sulla superficie esposta, di modo che il contributo delle forze di Van der Waals diviene preponderante.

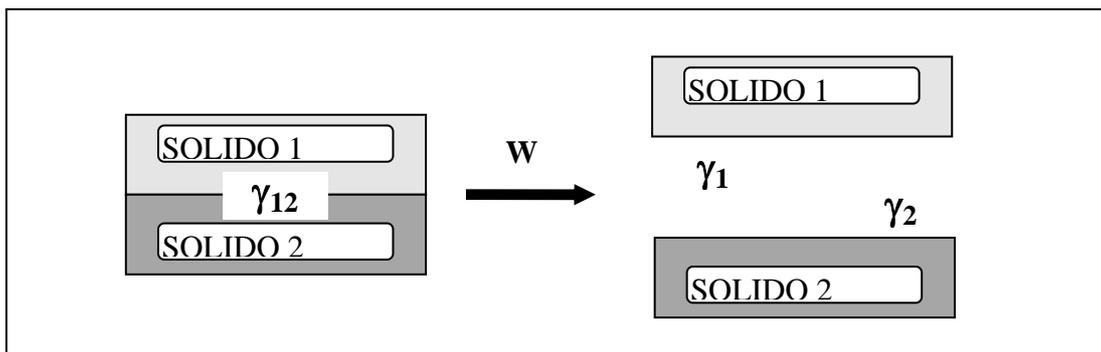


Figura 2.5 - Energia di adesione tra due solidi.

Nel caso dell'assemblaggio di due solidi diversi, si avranno in generale due energie superficiali differenti γ_1 e γ_2 ed si può introdurre una energia interfacciale γ_{12} di modo che l'energia immagazzinata in una porzione di superficie unitaria (che prende il nome di **energia di adesione di Dupré**) si esprima nella forma:

$$w = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12}$$

E2.5

Naturalmente si ha il fenomeno di adesione se $w > 0$, ovvero se l'energia interfacciale è inferiore alla somma delle energie superficiali dei due solidi separati.

Osserviamo che l'energia di adesione di Dupré corrisponderebbe al lavoro per unità di superficie necessario a separare i due corpi (o due parti di uno stesso corpo) solo se la separazione avvenisse in una maniera isoterma e reversibile, situazione che è assai poco realistica.

2.2.2 Forze di aderenza

Di fatto quando vogliamo separare due corpi in contatto, la presenza di deformazioni elastiche, viscoelastiche o plastiche dei corpi fa sì che la separazione non avvenga mai di blocco, ma per propagazione di una frattura a partire da un difetto macro o microscopico preesistente. Questa frattura si propaga più o meno velocemente, a seconda dei legami che incontra e delle condizioni esterne.

Il calcolo o la misura della forza di adesione in funzione della distanza dei solidi che avviciniamo, non permette di valutare la forza che bisogna applicare per separare i corpi una volta che il contatto è stabilito. In effetti questa forza (chiamata comunemente **forza di aderenza**) è maggiore della forza di adesione e dipende da un grande numero di fattori meccanici coinvolti nella separazione (deformazioni elastiche, viscoelastiche o plastiche dei solidi in contatto, velocità di propagazione della frattura, modalità in cui le forze separatrici vengono applicate, ecc.) e da alcuni parametri ambientali (temperatura e umidità principalmente).

Ad esempio le forze che legano tra loro i differenti strati di un rotolo di nastro adesivo sono della stessa intensità (sono appunto le forze di adesione, che dipendono dalla natura dell'adesivo utilizzato e dalle condizioni ambientali), mentre se vogliamo staccare una certa porzione di nastro, la forza che bisogna applicare (ovvero la forza di aderenza) dipende in primo luogo dalla velocità con cui si vuole che la frattura si propaghi e dalla direzione in cui si applica la trazione.

Ci sono vari modelli per l'interpretazione delle forze di aderenza [r07]; quello che ritengo più interessante (e che si adatta molto bene a spiegare i comportamenti del nastro adesivo) è il **modello del fattore dissipativo**, secondo il quale l'energia aggiuntiva che bisogna fornire per la separazione è dovuta alle dissipazioni che si producono nel mezzo in seguito alle deformazioni che accompagnano la propagazione della frattura (ad esempio nello scotch e nei collaggi in genere tali dissipazioni sono molto intense a causa della viscosità del fluido adesivo).

E' stato osservato [r07] che la regione coinvolta dalle deformazioni dissipative è solo quella prossima alla linea di separazione, di modo che le forze di aderenza dipendono solo dalle proprietà locali del mezzo. Per questo motivo gli eventuali difetti presenti nell'interfaccia di separazione (bolle d'aria, disomogeneità, presenza di impurità...) sono avvertiti solo nel momento in cui la frattura li attraversa.

2.2.3 Tasso di restituzione dell'energia meccanica

L'energia necessaria alla propagazione della frattura viene presa dall'energia elastica immagazzinata nelle deformazioni del sistema e dal lavoro delle eventuali forze esterne applicate ai due corpi per separarli. Se applichiamo una forza di trazione F costante, la frattura assumerà una velocità di propagazione costante in modo che la dissipazione sia

equilibrata dal lavoro della forza F . Griffith e Irwin formalizzarono questi concetti introducendo nel 1924 la nozione di **tasso di restituzione dell'energia (G)**, definito come l'assorbimento dell'energia meccanica U_M del sistema per unità di superficie spazzata dalla frattura:

$$G = \frac{\partial U_M}{\partial A} \quad \text{E2.6}$$

dove dA è la diminuzione dell'area di contatto all'avanzare della frattura. Se la separazione avvenisse in modo reversibile, il tasso di restituzione dell'energia sarebbe pari all'energia di adesione di Dupré:

$$G = w \quad \text{E2.7}$$

Nel caso reale invece, quando la frattura si propaga ad una velocità v , si deve aggiungere un termine che rappresenta il lavoro per unità di area delle forze dissipative:

$$\boxed{G = w + w \cdot \varphi(a_T \cdot v) = \Phi(v)} \quad \text{E2.8}$$

Il termine dissipativo è proporzionale alla energia di adesione di Dupré, poiché quanto più grandi sono gli sforzi che la colla può reggere, tanto più le deformazioni saranno consistenti e dissipative. Inoltre il termine dissipativo dipende dalla velocità di propagazione della frattura v e dalla temperatura.

La somma dei due termini (di cui il secondo è decisamente dominante) prende il nome di **curva di dissipazione $\Phi(v)$** e rappresenta il lavoro per unità di area delle forze di aderenza.

Questo modello mostra che una giunzione presenta la stessa aderenza se la colla ha una capacità adesiva (w) debole con una viscosità (φ) elevata o una adesione forte con una viscosità poco marcata, dato che il parametro di controllo è appunto il prodotto $w \cdot \varphi$. Per questo, alcuni materiali viscosi, sebbene poco adesivi sono tattilmente molto appiccicosi.

2.2.4 Caratterizzazione della curva di dissipazione

La curva di dissipazione $\Phi(v)$ presenta caratteristiche comuni generali della dinamica di propagazione delle fratture:

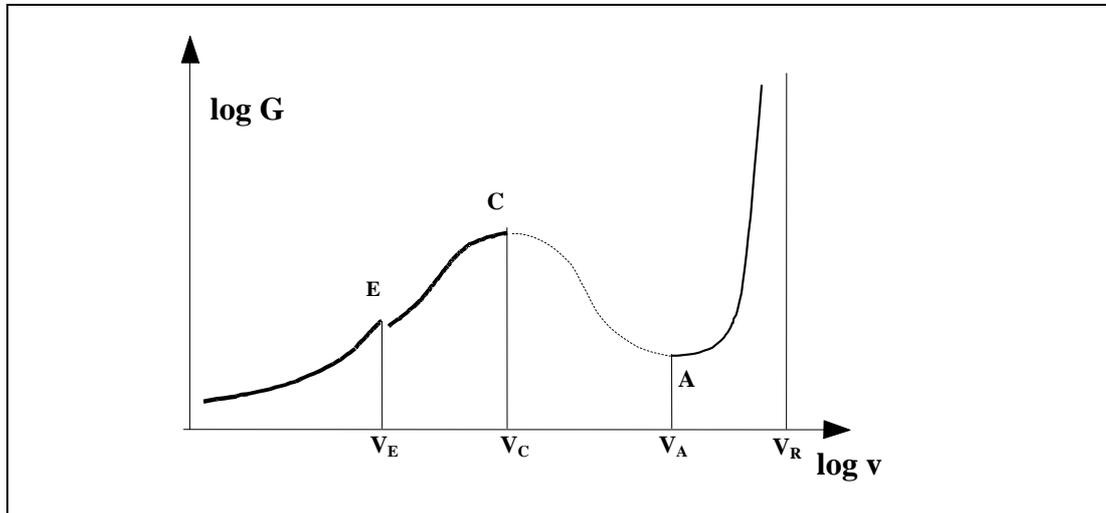


Figura 2.6 Curva di dissipazione

La rappresentazione è in scala doppiamente logaritmica poiché le variazioni coinvolgono ordini di grandezza molto differenti.

La caratteristica fondamentale è la presenza di più rami a pendenza positiva in cui si può osservare una separazione regolare, separati da range di velocità più o meno grande in cui la separazione regolare non è osservabile [r01]. In letteratura i range interdetti sono trattati considerando l'esistenza di un congiungimento continuo a pendenza negativa, e mostrandone l'instabilità dinamica.

Passando da un ramo al successivo si ha in generale una diminuzione del tasso di dissipazione, e quindi della forza di aderenza, di modo che in certi range di forze applicate, sono possibili più velocità di propagazione della frattura sotto l'applicazione della stessa forza e si verificano **fenomeni di isteresi**.

Per velocità tendenti a zero il termine dissipativo diviene trascurabile e il valore di $\Phi(v)$ tende all'energia di adesione di Dupré. Questo significa che per fare iniziare la separazione la forza deve superare un valore di soglia.

I diversi rami corrispondono a diverse modalità di separazione dei due corpi. Al crescere della velocità si passa dall'uno all'altro fino ad arrivare alla velocità limite v_R delle onde di Rayleigh [r07], vicina alla velocità di propagazione del suono nel materiale.

Nel caso del nastro adesivo la curva $\Phi(v)$ presenta tre differenti rami e una interpretazione dei meccanismi di propagazione relativi è stata data da Aubrey e Sheriff [r01]. Secondo le loro osservazioni nel primo ramo la separazione avviene all'interno della colla (**separazione coesiva**) tramite la formazione di microfilamenti e la loro successiva rottura, in tale regime si può osservare che il nastro separato ha un aspetto opaco. All'aumentare della velocità il punto di maggiore sforzo si sposta verso l'interfaccia tra la colla e il dorso dello strato inferiore, la filamentazione si riduce e si passa al secondo ramo in cui la separazione avviene nell'interfaccia (**separazione adesiva**) e il nastro svolto ha un

aspetto lucido. Osserviamo che in generale i primi due rami si seguono quasi con continuità, anche se la natura della separazione cambia. Il terzo ramo si trova a velocità molto più alte, e secondo le osservazione di Aubrey e Sheriff la filamentazione cessa del tutto e la separazione avviene tra la colla e il dorso di uno stesso strato di nastro in una modalità molto simile alla frattura di un materiale rigido, il che spiega la forte diminuzione della dissipazione, la separazione è sempre adesiva.

L'aspetto fondamentale di questa interpretazione consiste nel fatto che il tipo di separazione cambia in funzione dello stato viscoelastico della colla che reagisce in modo differente alle diverse velocità di separazione.

La stessa fenomenologia si presenta negli altri tipi di fratture: si osservano più rami di propagazione poiché al variare della velocità di separazione lo stato reattivo fisico-chimico del materiale che si frattura si modifica strutturalmente. In generale le modalità di separazione che si instaurano alle velocità più alte presentano un tasso di dissipazione inferiore, aspetto caratteristico dei fenomeni viscoelastici.

Ricordiamo infine che la forma della curva di dissipazione dipende notevolmente da temperatura e umidità. Le osservazioni di Aubrey e Sheriff [r01] hanno mostrato che l'effetto di un aumento di umidità è quello di diminuire l'energia di adesione di Dupré di un fattore a_H di modo che la curva $\Phi(v)$ nel grafico $\log G - \log v$ viene globalmente traslata verso il basso (vedi l'equazione E2.8). L'effetto di un aumento di temperatura è invece quello di dilatare di un fattore a_T la dipendenza dalla velocità (vedi sempre la E2.8) di modo che la curva $\Phi(v)$ nel grafico $\log G - \log v$ viene globalmente traslata verso destra, spostando tra l'altro gli estremi dei vari rami.

2.2.5 Dinamica della separazione.

La curva di dissipazione $\Phi(v)$ caratterizza le proprietà meccanico-dissipative generali dell'assemblaggio, ma gli aspetti dinamici della separazione dipendono dal modo in cui gli sforzi sono applicati e il loro studio è fondamentale per determinare la resistenza e la durata di un assemblaggio sottoposto a sforzi.

I due modi principali di lavorare sono applicando una forza di separazione costante (e in tal caso bisogna specificare come tale forza viene applicata), oppure imponendo ad una parte di un corpo una velocità di trazione costante. Il caso del nastro adesivo si inquadra nell'insieme di problemi in cui si vuole separare un sottile strato di un materiale incollato su un supporto rigido. Tale operazione prende il nome di "**pelaggio**" ed è schematizzata in figura 2.7:

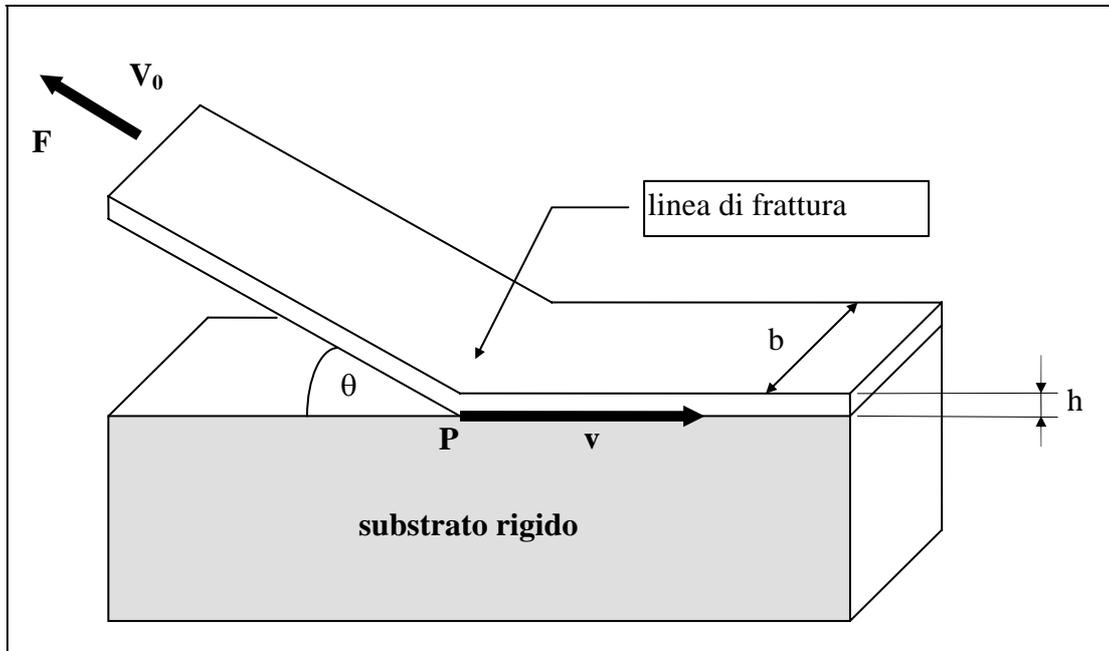


Figura 2.7 - Descrizione della operazione di pelaggio

La trazione viene applicata tirando su una porzione di nastro separata e inclinata di un angolo θ rispetto al supporto.

Lavorando a forza F costante lo svolgimento è sempre regolare e la velocità di separazione della frattura è determinata dalla curva di dissipazione $\Phi(v)$. Quando la forza supera l'estremo di un ramo si ha un salto di velocità verso il ramo successivo e, diminuendo di nuovo il valore della forza, la velocità rimane nel ramo più rapido presentando un fenomeno di isteresi.

Lavorando con una velocità V_0 imposta all'estremo della porzione separata si ha un comportamento totalmente diverso. Se la velocità V_0 si trova in uno dei rami stabili, la separazione è regolare, mentre se la velocità V_0 si trova in un range interdetto la separazione avviene a scatti (stick-slip).

Le due fenomenologie esposte si ripresentano in modo analogo anche nei tipi di frattura più generali.

Osserviamo che nel regime di svolgimento regolare i valori di F e v corrispondono nei due metodi (a parità di angolo θ), confermando che gli aspetti energetici non dipendono dalla modalità di separazione.

Per collegare le proprietà dinamiche alla curva di dissipazione Kevin Kendall nel 1975 determinò la legge che esprime il tasso di restituzione dell'energia in funzione di F e θ nella forma:

$$G = \left(\frac{F}{b}\right)(1 - \cos \vartheta) + \left(\frac{F}{b}\right)^2 \frac{1}{2Eh} \quad \text{E2.9}$$

dove il primo termine è di origine geometrica, mentre il secondo deriva da considerazioni sull'elasticità lineare della porzione separata e diventa trascurabile per $\theta > 30^\circ$ riconducendo alla forma approssimata proposta da Rivlin nel 1944:

$$G = \left(\frac{F}{b}\right)(1 - \cos \vartheta) \quad \text{E2.10}$$

La conoscenza della legge $G=\Phi(v)$, ci permette di esprimere esplicitamente la relazione tra F, v e θ nello svolgimento stazionario. Per maggiore chiarezza osserviamo che la curva $\Phi(v)$ può essere espressa come il lavoro per unità di area di una forza resistente alla propagazione della frattura, che è appunto la forza di aderenza F_0 :

$$dA = b \cdot dx$$

$$G = \Phi(v) = \frac{\partial U_M}{\partial A} = \frac{1}{b} \frac{\partial U_M}{\partial x} = \frac{F_0}{b}$$

Di modo che possiamo scrivere:

$$\boxed{F_0 = F_0(v) = b \cdot \Phi(v)} \quad \text{E2.11}$$

e la legge E2.10 prende la forma:

$$\boxed{F_0(v) = F \cdot (1 - \cos \vartheta)} \quad \text{E2.12}$$

Questa legge può essere considerata come una equazione di stato per la linea di frattura del nastro adesivo. In particolare la legge $F_0(v)$ (o equivalentemente la $\Phi(v)$) rappresenta la legge per il pelaggio con $\theta=\pi/2$.

3. STUDIO DELLO SVOLGIMENTO DEL NASTRO ADESIVO

Possiamo ora tornare allo studio dello svolgimento del nastro adesivo, analizzandone più in dettaglio le caratteristiche e visitando le varie esperienze svolte e l'evolversi dei modelli interpretativi della dinamica di stick-slip presente in un certo range delle velocità di trazione imposte dal motore.

L'esperienza di Barquins, Khandani, Maugis del 1986 [r02] presenta una misura della curva di dissipazione, seguita da una prima analisi dinamica dei cicli di stick-slip; il modello è molto semplice e, con una sola equazione differenziale e delle considerazioni ad hoc, riesce a rendere conto di vari aspetti del fenomeno, quali la previsione del periodo dei cicli al variare dei parametri del sistema.

A un anno di distanza Maugis [r04] riprende in mano il lavoro introducendo nel modello l'effetto dell'inerzia del rotolo di nastro. In questo modo ottiene un sistema di due equazioni differenziali, ancora facile da trattare, capace di spiegare l'instabilità del ramo a pendenza negativa e di prevedere la comparsa di cicli limite stabili (biforcazione di Hopf) che sembrano rappresentare i cicli di stick-slip.

I due lavori sono riuniti nel 1988 [r05] assieme ad alcune considerazioni critiche sui problemi non risolti. In effetti l'andamento sperimentale di alcune variabili macroscopiche durante il regime di stick-slip è fortemente irregolare e si inizia a supporre che in un certo range di velocità di trazione il fenomeno presenti una dinamica caotica.

Nel 1995 i ricercatori statunitensi Hong e Hue [r03] arricchiscono il modello introducendo l'effetto delle variazioni dell'angolo di pelaggio. La dinamica che ne risulta è molto complicata e consiste in un set di tre equazioni differenziali non lineari, ma permette una comprensione più accurata dei vari aspetti dell'evoluzione del fenomeno durante lo stick-slip. Inoltre Hong e Yue ritengono di aver provato che l'irregolarità osservata non sia dovuta a rumore, ma alla presenza di caos deterministico intrinseco al fenomeno.

3.1 ESPERIENZA DI BARQUINS, KHANDANI, MAUGIS (1986)

3.1.1 Modello per il nastro adesivo

Il nastro adesivo è costituito da un nastro elastico in poliestere che fa da supporto a una sostanza adesiva e viscosa (colla). Per praticità il nastro adesivo si trova comunemente avvolto attorno ad un supporto cilindrico, costituendo il classico rotolo di Scotch.

Le quantità caratteristiche del nastro sono (vedi figura 2.7): la larghezza b , lo spessore h , il modulo di Young E del dorso elastico in poliestere, il valore dell'energia di adesione di Dupré w e la funzione di dissipazione $\Phi(v)$ che caratterizza il comportamento viscoso per dei valori fissati di temperatura e umidità dell'ambiente.

3.1.2 Descrizione dell'esperienza

Il rotolo di scotch è fissato su un supporto rotante di attrito trascurabile; una porzione di nastro di lunghezza L è tesa nell'aria e collegata ad un motore che impone una velocità di trazione $V=V_0$ come mostrato in figura 2.3.

In tale situazione la velocità di trazione V_0 è quindi un parametro, mentre la forza F applicata dal motore per mantenere costante la velocità di trazione è una variabile come anche la velocità di propagazione della frattura v . Altre variabili del sistema sono (vedi figura 2.3): la velocità di rotazione ω del supporto, l'angolo α a cui si trova la linea di

frattura P, l'angolo θ di applicazione della forza rispetto al piano in cui lo scotch è attaccato (angolo di pelaggio), l'estensione elastica δ della porzione libera.

Per la porzione di nastro sospesa ipotizziamo un modello elastico ideale che si comporta come una molla di massa trascurabile:

$$F = k\delta \quad \text{con} \quad k = \frac{Eh}{L} \quad \text{E3.1}$$

Nel caso stazionario (o per variazioni lente di F) la forza viene semplicemente trasmessa uguale a se stessa in modo pressoché istantaneo; nei casi fortemente oscillanti, la propagazione lungo il nastro potrebbe introdurre dei ritardi o la produzione di onde elastiche, ma per ora questa eventualità è trascurata.

3.1.3 Misura della curva di dissipazione

Nella prima parte dell'esperienza si misura la curva di dissipazione del nastro adesivo scelto (Scotch 3M-602) nelle condizioni di temperatura a 23°C e umidità al 50%. Come abbiamo visto nel paragrafo § 2.1.2 lo svolgimento può avvenire in modo stazionario o per stick-slip.

Purtroppo si possono prendere dei punti sperimentali della curva di dissipazione solo dove lo svolgimento è stazionario. In tali condizioni infatti la velocità di frattura v è costante e pari alla velocità di trazione V_0 , la velocità di rotazione è costante, pari a V_0/R , la linea di frattura è stabile ad un angolo $\alpha=0$, di modo che l'angolo di pelaggio è $\theta=\pi/2$ ed il tasso di restituzione dell'energia ha il valore costante $G=F/b$. Misurando la velocità di trazione del motore e il valore della forza F applicata dal motore (è stato utilizzato un motore misuratore di coppia che forniva direttamente il valore della forza applicata) si ottiene quindi un punto per la curva di dissipazione $\Phi(v)$.

Facendo variare V_0 in tutti i valori che presentano uno srotolamento stabile, si ottengono i due rami a pendenza positiva della curva $\Phi(v)$. Nel rimanente range di velocità lo svolgimento è instabile e l'andamento della curva è solo ipotizzato. I risultati sono rappresentati in figura 3.1:

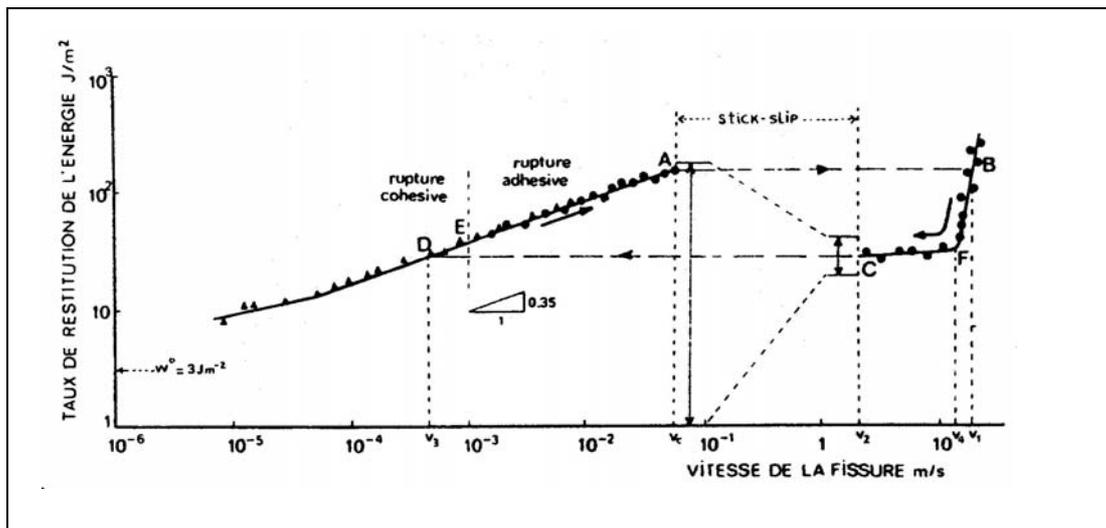


Figura 3.1 - Misura della curva di dissipazione

Il primo ramo è stato descritto tramite una legge:

$$\Phi(v) = w + w\alpha(T)v^{n_1} \quad \text{E3.2}$$

con $w=3\text{J/m}^2$, $n_1=0,35$ e $\alpha(T)$ un parametro dipendente dalla temperatura, $\alpha(23^\circ\text{C})=135$ unità SI. Il ramo termina alla velocità $v_C=6,12$ cm/s con $G_C=170$ J/m². Si può inoltre osservare al punto E ($v=1$ mm/s) una transizione dalla rottura coesiva (la banda separata ha un aspetto opaco) alla rottura adesiva (la banda ha un aspetto lucido) senza cambiamento di pendenza nella curva $\Phi(v)$. Il secondo ramo inizia alla velocità $v_2=2,1$ m/s con una pendenza quasi nulla fino al punto F ($v_4=10$ m/s) dopo del quale assume un andamento del tipo:

$$\Phi(v) = G_C \left(\frac{v}{v_1} \right)^{n_2} \quad \text{E3.3}$$

con $v_1=18$ m/s e $n_2=5,5$; G_C è il valore misurato sopra.

3.1.4 Modello per il regime di Stick-Slip (1 grado di libertà)

Quando la velocità di trazione entra nel range di instabilità si ha comparsa brutale della propagazione a scatti (stick-slip). La velocità di propagazione della frattura comincia a oscillare a scatti tra il ramo lento e quello veloce, e si osserva una successione di strappi intervallati da istanti di tempo più o meno regolari che crescono all'aumentare della lunghezza L della porzione volante e diminuiscono all'aumentare della velocità di trazione; ad ogni strappo si accompagnano un'emissione sonora e la permanenza di un breve tratto opaco sul nastro svolto. La forza applicata dal motore oscilla anch'essa assieme alla velocità di frattura; l'ampiezza delle oscillazioni diminuisce con la velocità di trazione.

Il modello dinamico iniziale è molto semplice. In primo luogo si ignorano le variazioni dell'angolo di pelaggio, supponendo che $\alpha=0$ e quindi $\theta=\pi/2$ (vedi fig. 2.3).

In tali condizioni la relazione tra il tasso di restituzione dell'energia G e la forza F è:

$$G = \frac{F}{b} = \frac{k}{b} \delta \quad \text{E3.4}$$

dove, ricordiamo, δ è l'elongazione del nastro libero sotto l'azione della forza F . Sotto l'ipotesi che $\alpha=0$, la differenza tra la velocità di frattura v e la velocità di trazione V_0 si traduce semplicemente in un'estensione del nastro come mostra la relazione:

$$\dot{\delta} = -(v - V_0) \quad \text{E3.5}$$

Si trascura inoltre il lavoro necessario alla variazione dell'energia cinetica di rotazione, di modo che al variare con δ della forza F (e quindi di G), la velocità v di propagazione della frattura si trovi istantaneamente al valore previsto dalla legge $G=\Phi(v)$. La dinamica si riassume nelle equazioni:

$$\boxed{\begin{cases} \dot{G} = -\frac{k}{b}(v - V_0) \\ G = \Phi(v) \end{cases}} \quad \text{E3.6}$$

In tale situazione il fenomeno è governato dal grado di libertà elastico, che richiama la velocità di propagazione della frattura verso la velocità di trazione imposta dal motore. Questo spiega il punto fisso

$$\begin{cases} v = V_0 \\ G = \Phi(V_0) \end{cases} \quad \text{E3.7}$$

corrispondente allo svolgimento stazionario, ma non spiega perché tale situazione sia osservabile solo se V_0 si trova nei rami a pendenza positiva della curva $\Phi(v)$. In tale situazione il sistema oscilla tra il ramo lento e quello veloce, secondo dei cicli proposti da Williams, Radon, Turner [r10] e mostrati in figura 3.1 come sequenze DEABFCD.

Partendo dal punto D, si ha $v < V_0$, quindi il nastro si tende facendo salire il punto di lavoro lungo il ramo lento. Alla velocità critica $v_C < V_0$ si ha un salto di velocità, conformemente a quanto detto nel paragrafo § 2.2.5, verso il punto B sul ramo veloce che ha una velocità $v_1 > V_0$ che provoca una distensione del nastro e quindi una discesa lungo il ramo veloce. Nel punto C che ha una velocità $v_2 > V_0$ si ha un secondo salto verso D e il ciclo ricomincia. Osserviamo che questo modello prevede orbite chiuse e quindi cicli tutti uguali l'un l'altro.

3.1.5 Studio del periodo dei cicli di Stick-Slip

Invertendo la seconda delle equazioni E3.6 e sostituendola nella prima, otteniamo una unica equazione differenziale del primo ordine:

$$\boxed{\dot{G} = -\frac{k}{b}(\Phi^{-1}(G) - V_0)} \quad \text{E3.8}$$

che si può facilmente integrare separando le variabili per ottenere ad esempio il tempo necessario a compiere un ciclo.

Il periodo dei cicli di stick-slip è la somma dei tempi passati sui due rami DA e BC, il secondo dei quali si rivela trascurabile rispetto al primo, quindi:

$$T = \frac{L}{Eh} \int_{G_{\min}}^{G_c} \frac{dG}{\left(V_0 - v_C \left(\frac{G - w}{G_C - w} \right)^{\frac{1}{n_1}} \right)} \quad \text{E3.9}$$

La misura sperimentale del periodo di stick-slip è stata ricavata dal tracciato della forza fornito dal motore misuratore di coppia. Le curve hanno l'andamento tipico dei cicli di rilassamento come quelle relative al trascinamento del blocco sul piano (vedi § 2.1.1), ovvero l'aspetto è quello di una dente di sega, con una salita lenta in cui l'energia è immagazzinata e una discesa rapida in cui l'energia è liberata. Ogni picco corrisponde al punto di salto A, di modo che si può misurare la durata dei cicli.

Nonostante le numerose approssimazioni, che fanno perdere in gran parte il senso fisico dei cicli di stick-slip, i valori di T previsti con questo metodo sono in ottimo accordo con i risultati sperimentali come mostra la figura 3.2, ma le misure riportate sono relative ad un piccolo range di velocità tra $v_C=6,12$ cm/s e 60 cm/s. Nel restante tratto fino a $v_2=2,1$ m/s i dati divengono irregolari e si perde la corrispondenza con le previsioni.

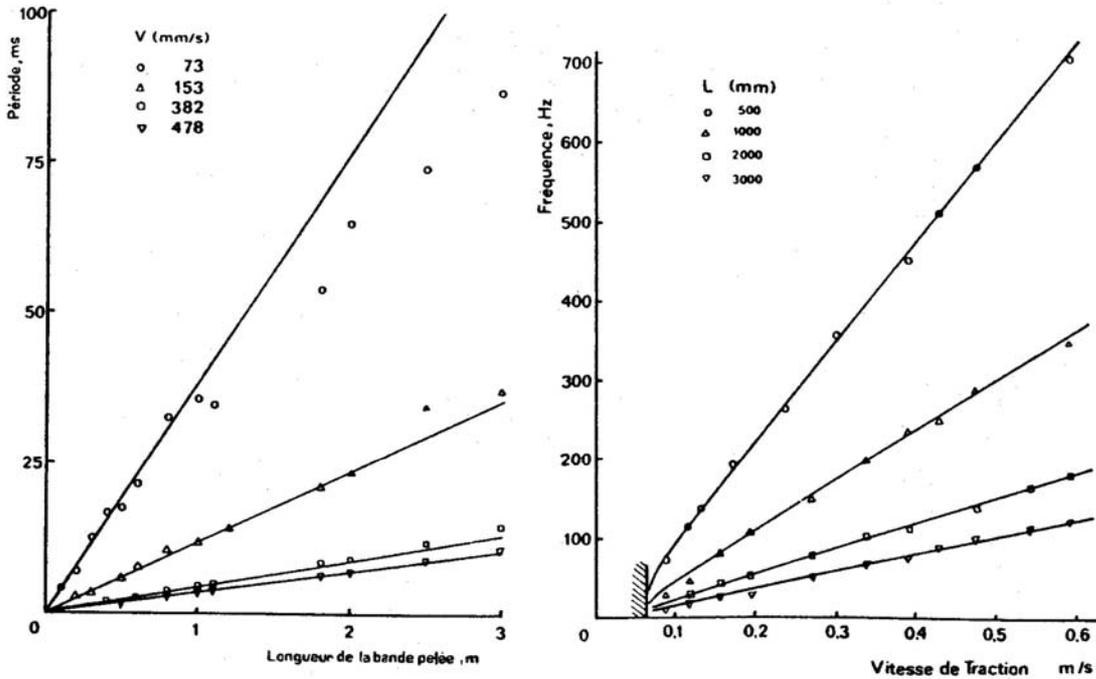


Figura 3.2 - Misura del periodo di stick-slip in funzione della velocità di trazione V_0 e della lunghezza L del nastro libero.

In tale regione il periodo cresce linearmente con la lunghezza della banda libera L (tranne per L grandi) e cala in modo inversamente proporzionale alla velocità di trazione V_0 .

In conclusione, oltre alle buone previsioni sui periodi di stick-slip nella parte iniziale della regione instabile, questo primo modello arriva a giustificare la forma del segnale della forza (susseguirsi di salite lente e rapide discese) tipica dei cicli di rilassamento, e rende conto dell'emissione acustica ad ogni ciclo (si tratta di una forma di riemissione dell'energia elastica accumulata) e delle bande opache lasciate ad ogni ciclo quando il sistema passa nel tratto coesivo DE (vedi figura 3.1).

Ma non spiega la ragione dell'instabilità, né la forte irregolarità dei tracciati della forza nella regione successiva a $v=60$ cm/s. In tale regione l'ampiezza delle oscillazioni della forza diminuisce, la loro forma diventa più arrotondata e le tracce opache scompaiono.

3.2 STUDIO DI MAUGIS (1987)

3.2.1 Modello per l'influenza dell'inerzia (2 gradi di libertà)

In presenza di oscillazioni sarebbe troppo riduttivo trascurare l'inerzia del supporto rotante, anche perché l'ipotesi dei salti istantanei di velocità sembra vacillare se si pensa che anche

il supporto rotante debba compierli. Così Maugis [r04] ha introdotto nella equazione di conservazione dell'energia $G=\Phi(v)$ un termine relativo alla variazione di energia cinetica:

$$\boxed{G = \Phi(v) - \frac{dU_k}{dA}} \quad \text{E3.10}$$

dove $U_k = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$, con I momento d'inerzia del supporto rotante (nastro adesivo compreso) che viene considerato costante e $dA = -b \cdot v \cdot dt$ la variazione dell'area di contatto conseguente alla propagazione della frattura.

La variazione dell'angolo di pelaggio viene ancora trascurata, di modo che per la velocità di propagazione della frattura valga la relazione:

$$v = \omega \cdot R \quad \text{E3.11}$$

dove R è il raggio del rotolo di scotch (considerato costante).

Ponendo $m = I/R^2$ nella E3.10 si ottiene la prima delle due equazioni:

$$\boxed{\begin{cases} \dot{v} = \frac{b}{m} \cdot [G - \Phi(v)] \\ \dot{G} = -\frac{k}{b} \cdot (v - V_0) \end{cases}} \quad \text{E3.12}$$

la seconda è già nota dal modello semplificato del paragrafo precedente e rimane valida. La prima equazione fa cadere il vincolo dinamico $G=\Phi(v)$, mostrandoci che se la velocità di separazione v varia, il valore di G si muove fuori dalla curva $\Phi(v)$. Abbiamo così due gradi di libertà e un sistema di due equazioni differenziali del primo ordine, la prima non lineare a causa del termine $\Phi(v)$.

Si verifica facilmente che il sistema ha un solo punto fisso $v=V_0, G=\Phi(V_0)$ identico a quello del modello semplificato e corrispondente al regime stazionario. Con una traslazione delle coordinate attorno al punto fisso:

$$\begin{cases} u = v - V_0 \\ H = G - \Phi(V_0) \end{cases} \quad \text{E3.13}$$

e ponendo $F(u)=\Phi(v)-\Phi(V_0)$, si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{b}{m} \cdot (H - F(u)) \\ \dot{H} = -\frac{k}{b} \cdot u \end{cases} \quad \text{E3.14}$$

che è più facile da studiare poiché ha il punto fisso nell'origine.

3.2.2 Previsione dei cicli limite.

Derivando la prima equazione e sostituendoci la seconda otteniamo una sola equazione differenziale del secondo ordine che rappresenta la dinamica del sistema. Ponendo $\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

, $\mu = \frac{b}{\sqrt{k \cdot m}}$ e $f(u) = \frac{dF}{du}(u) = \frac{d\Phi}{dv}(v)$ tale equazione prende la forma

$$\ddot{u} + \mu \cdot \tilde{\omega} \cdot f(u) \cdot \dot{u} + \tilde{\omega}^2 \cdot u = 0 \quad \text{E3.15}$$

che è la classica equazione di Liènard delle oscillazioni autosostenute le cui soluzioni sono studiate in letteratura [r11], [r12]. La particolarità di tale equazione è che ammette dei **cicli limite** quando la funzione $f(u)$ è negativa attorno all'origine, ovvero quando la curva di dissipazione $\Phi(v)$ ha pendenza negativa attorno al punto di lavoro V_0 .

Dallo studio della forma della curva $\Phi(v)$, Maugis mostra [r04] che le equazioni trovate sopra prevedono la stabilità nei rami a pendenza positiva e l'instabilità nel ramo a pendenza negativa. Inoltre mostra che i punti instabili del ramo a pendenza negativa sono contornati da cicli limite stabili e che il passaggio dal regime stazionario ai cicli limite avviene al variare di V_0 nei due punti di massimo e minimo della funzione $\Phi(v)$ tramite una **biforcazione di Hopf**. Studiando il valore della derivata terza della funzione $\Phi(v)$ si ottiene inoltre che tale biforcazione di Hopf è del tipo ipercritico, ovvero i cicli limite appaiono con gradualità e il loro raggio cresce proporzionalmente alla radice del parametro della

biforcazione $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dv}(V_0)$, come mostrato in figura 3.3 (a):

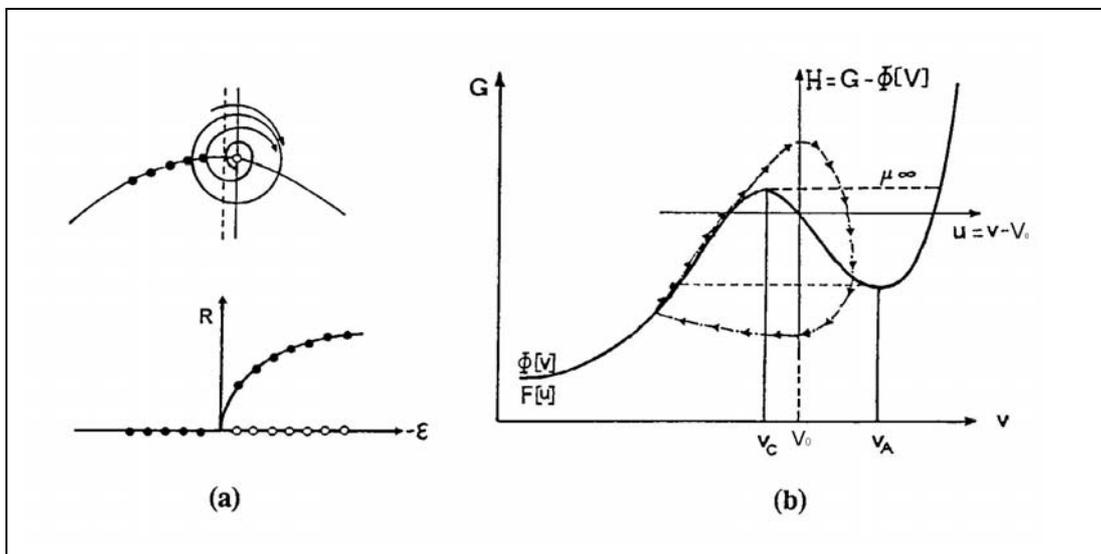


Figura 3.3 (a) - Biforcazione di Hopf ipercritica
 3.3 (b) - Ciclo limite sulla curva $\Phi(v)$

Lo studio numerico delle equazioni mostra che in presenza d'inerzia il sistema compie dei cicli arrotondati e continui del tipo di quello rappresentato in figura 3.3 (b).

La salita avviene vicino al ramo lento, poi la curva se ne allontana salendo oltre G_C ; quando v supera V_0 si il nastro comincia a distendersi e G diminuisce reincrociando la curva $\Phi(v)$ nel punto di velocità massima, dopo di che la velocità v diminuisce e il ciclo si richiude con continuità.

Quanto visto mostra come i cicli di rilassamento con i due salti presentati nel modello semplificato iniziale (§ 3.1.4) siano validi solo nel caso limite di inerzia nulla, poiché in presenza di inerzia la velocità non può subire dei salti istantanei. Osserviamo inoltre che le oscillazioni descritte in figura 3.3 (b) coinvolgono diversi ordini di grandezza (la scala è logaritmica) e questo aiuta a capire come possano rendere conto del fenomeno di stick-slip. In conclusione questo modello spiega come le oscillazioni della forza possano avere una forma sinusoidale o a dente di sega in relazione all'influenza dell'inerzia e perché l'ampiezza di tali oscillazioni cambia con la velocità imposta V_0 . Infatti i valori estremi raggiunti da G nel ciclo in figura 3.3 (b) sono differenti da G_C e G_{MIN} se l'inerzia non è trascurabile. Il fatto che i cicli seguano strettamente il ramo lento nella salita spiega il relativo successo nel calcolo dei periodi di stick-slip basato sul tempo speso su tale ramo (tale parte di tempo è infatti preponderante).

Nonostante questi successi il comportamento reale è molto più complicato: i tracciati della forza sono molto irregolari e sono state osservate oscillazioni multiperiodiche a più frequenze e altre ritenute "caotiche". In parte questo è dovuto ai metodi di misura, ma si pensa che la variazione dell'angolo di pelaggio sia rilevante per una migliore spiegazione. L'introduzione di un grado di libertà aggiuntivo può infatti spiegare la presenza di cicli non chiusi e l'eventualità di attrattori strani tipici delle dinamiche caotiche che spesso caratterizzano le oscillazioni non lineari.

3.3 STUDIO DI HONG E YUE (1995)

3.3.1 Modello per la variazione dell'angolo di pelaggio (3 gradi di libertà)

Nel loro articolo Hong e Yue [r03] presentano un modello dinamico che contempi la variazione della posizione del punto di separazione (individuata dall'angolo α) e con essa dell'angolo di pelaggio θ .

Inoltre aggiungono nel teorema di conservazione dell'energia un termine per la variazione dell'energia elastica immagazzinata nel nastro teso $U_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \delta^2$, che stranamente era sfuggito all'analisi di Maugis:

$$F \cdot V_0 - F_0(v) \cdot v = \frac{dU_K}{dt} + \frac{dU_P}{dt} \quad \text{E3.16}$$

Invece del tasso di restituzione dell'energia G Hong e Yue hanno preferito usare come variabile la forza F , che aiuta la comprensione dell'aspetto dinamico del problema che diviene via via più rilevante. In luogo della curva di dissipazione $\Phi(v)$ si usa quindi la curva equivalente $F_0(v) = b \cdot \Phi(v)$ che descrive la forza di aderenza.

Il sistema di equazioni ottenuto è il seguente:

$$\begin{cases} I \cdot \dot{\omega} = F \cdot R \cdot \cos \vartheta \\ \dot{F} = -k \cdot [(v - V_0) + (\omega \cdot R - V_0) \cdot \cos \vartheta] \\ R \cdot \dot{\alpha} = \omega \cdot R - v \\ F \cdot (1 + \alpha) = F_0(v) \end{cases} \quad \text{E3.17}$$

Per la comprensione dei simboli mi riferisco alla figura 2.3.

La prima equazione rappresenta la legge per la coppia agente sul supporto rotante e contiene gli effetti dell'inerzia. La seconda collega le variazioni della forza F alle variazioni dell'estensione elastica δ del nastro che sono generate da uno squilibrio tra la velocità di frattura v e la velocità di trazione V_0 o dalla variazione della posizione del punto di separazione P . La terza mostra lo spostamento del punto di separazione P causato dalle differenze tra la velocità di frattura v e la velocità di rotazione del supporto ω . La quarta è stata ottenuta sostituendo le precedenti nella legge di conservazione dell'energia e rappresenta il fatto che la forza F può muoversi fuori della curva $F_0(v)$.

Nel capitolo 6 mostrerò una mia elaborazione di tale sistema di equazioni che chiarisce meglio il significato dell'ultima relazione e permette una visione d'insieme più completa.

3.3.2 Progressi nell'interpretazione del fenomeno

L'interpretazione dei cicli di stick-slip nel modello di Hong e Yue non risulta a mio parere molto chiara dall'esposizione nell'articolo [r03].

La curva $F_0(v)$ viene sostituita per semplicità con una spezzata del tipo di quella rappresentata in figura 3.4.

Da un lato vengono descritti dei cicli di rilassamento su un diagramma $F-v$ del tutto analoghi a quelli presentati nel modello semplificato di Barquins, Khandani, Maugis [r02], ovvero in cui il punto di fase si muove sui due rami stabili della curva $F_0(v)$ e compie dei salti di velocità al termine di ogni ramo.

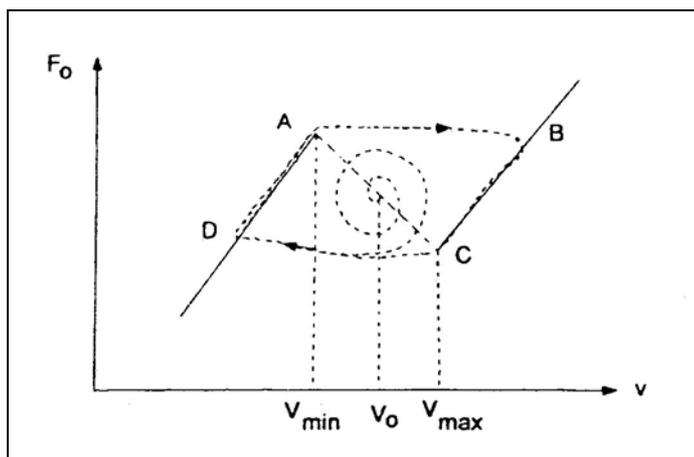


Figura 3.4 - Curva $F_0(v)$ e rappresentazione dei cicli di Stick-Slip

Si ipotizza poi che tali oscillazioni siano un ciclo limite a cui tende l'orbita dopo aver "spiraleggiato" via dal punto instabile sul ramo a pendenza negativa (vedi figura 3.4). In

seguito si inserisce l'effetto della terza variabile per spiegare che i cicli possono non essere chiusi dopo un periodo e presentare un comportamento più irregolare.

3.3.3 Simulazioni numeriche e Caos

Il testo segue con la presentazione di alcune simulazioni numeriche che vengono interpretate fornendo interessanti spiegazioni degli effetti sulla dinamica delle variazioni dell'angolo α del punto di separazione e sulla presenza di cicli di periodo multiplo.

Le figure 3.5 mostrano l'evoluzione nel tempo delle variabili F e ω , ottenute dalla soluzione numerica del sistema di equazioni E3.17.

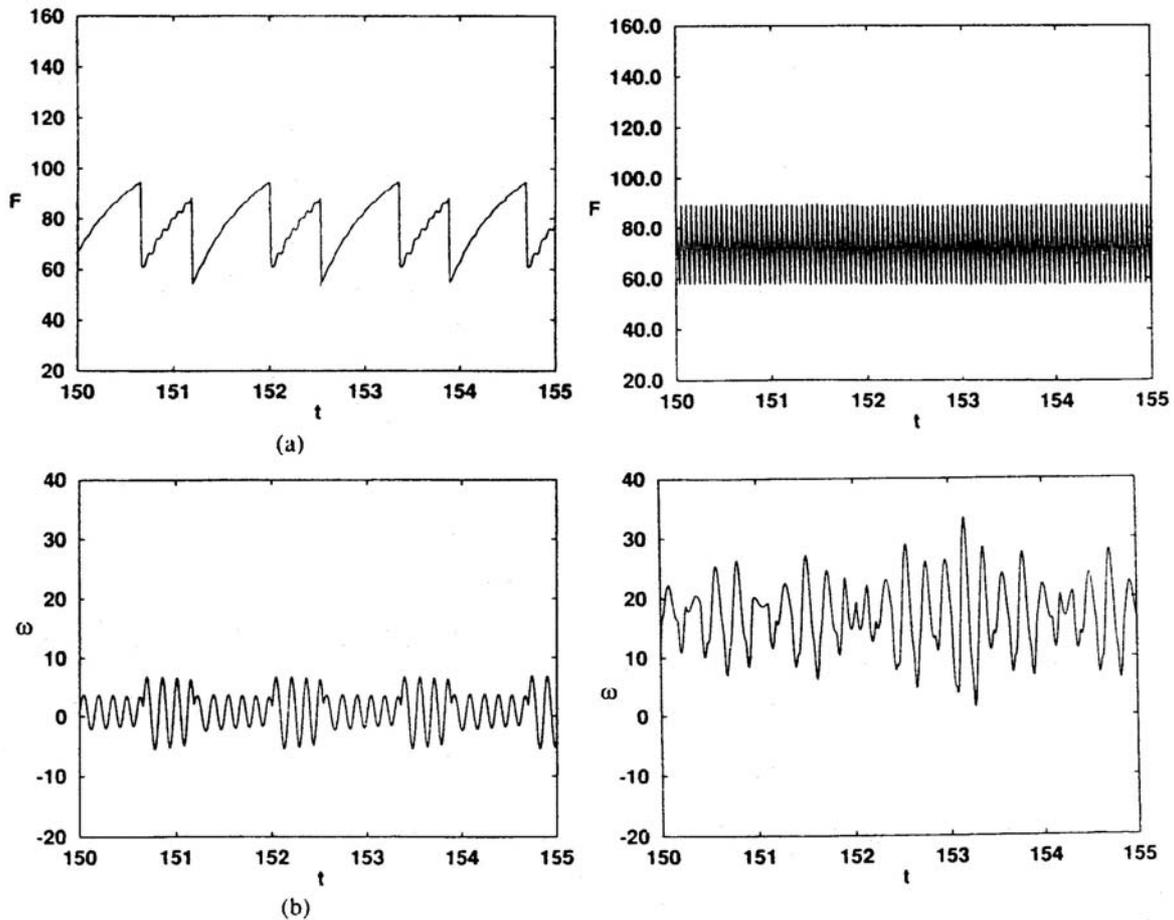


Figura 3.5 - Simulazioni numeriche dell'evoluzione di F e ω

La prime due si riferiscono ad un ciclo di periodo due per una velocità $V_0=0.11$ vicina alla velocità critica $v_c=0.1$ (le unità non sono precisate nel testo, ma ci interessa la successione). La forma della curva $F(t)$ è quella tipica a dente di sega del fenomeno di stick-slip; ogni dente corrisponde a un ciclo e si vede bene che l'orbita si ripete dopo due cicli. La stessa periodicità si osserva nella $\omega(t)$, che oscilla a sua volta con una frequenza più elevata a causa delle rapide oscillazioni del punto di separazione α . L'ampiezza di tali oscillazioni è diversa nei due cicli e cala all'interno di ogni ciclo per fenomeni dissipativi.

La figura 3.5 (c) mostra un ciclo di periodo uno nella curva $F(t)$ per una velocità $V_0=1.3$ superiore alla precedente. Tale ciclo persiste nell'intero range $1.0 < V_0 < 1.64$, dopo di che in uno stretto range il comportamento diviene caotico. La figura 3.5 (d) mostra la velocità angolare $\omega(t)$ per $V_0=1.7$.

Per comprendere l'origine di tali andamenti irregolari Hong e Yue hanno calcolato gli **esponenti di Lyapunov** per tre valori di V_0 nel range interessante e li hanno trovati decisamente positivi, concludendo che tali segnali sono effettivamente caotici, nonostante non si osservino la tipica cascata di sdoppiamenti di periodo che porta generalmente al caos né la presenza di intermittenza.

In conclusione Hong e Yue ritengono che il loro lavoro sia una prova convincente del fatto che l'andamento fortemente irregolare di alcune variabili dinamiche osservato sperimentalmente non sia dovuto alla presenza di impurità o di rumore, ma a caos deterministico intrinseco nella dinamica di propagazione delle fratture.

3.4 CONCLUSIONI E PROBLEMI APERTI

I vari modelli esposti mostrano un notevole sviluppo della comprensione del fenomeno dello stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo. Ma si notano ancora numerosi problemi. Di fatto i vari modelli mostrano aspetti diversi del fenomeno e ne lasciano incompresi altri. In ogni caso, una migliore comprensione dei modelli permette di rivisitarli riconoscendone nuovi aspetti. In particolare credo sia interessante distinguere nello studio quali comportamenti siano propri della dinamica di propagazione delle fratture, quali siano particolari del nastro adesivo, quali ancora derivino dalle proprietà geometriche del montaggio o addirittura dal meccanismo di misurazione delle grandezze.

Sarebbe interessante capire se la dinamica caotica c'è effettivamente e a che livello; se è propria della dinamica delle fratture o se deriva dal fatto che il nastro è svolto da un supporto rotante (con i conseguenti problemi di inerzia e di variazione dell'angolo di pelaggio).

Quale è in conclusione il ruolo dell'inerzia del supporto rotante? Lo studio di Maugis ritiene che l'inerzia sia responsabile dell'arrotondamento dei cicli limite e che i cicli di rilassamento con i salti siano solo un limite di inerzia nulla. Hong e Yue non contraddicono esplicitamente Maugis, ma parlano di nuovo di salti, nonostante accettino la biforcazione di Hopf proposta da Maugis.

Quale è il ruolo della variazione della posizione della linea di frattura? Essenzialmente quello di esprimere la possibile differenza tra la velocità di frattura e la velocità di rotazione del supporto. In secondo luogo, di costituire un grado di libertà aggiuntivo che permette alle orbite del sistema di non chiudersi dopo un ciclo. Infine, di inserire nel modello la dipendenza della forza di aderenza dalle variazioni dell'angolo di pelaggio durante i cicli.

Rimane sostanzialmente inspiegato il fatto che lo stick-slip compare direttamente con ampiezza elevata quando la velocità del motore supera la velocità critica v_C (contrariamente alle previsioni della biforcazione di Hopf) e il fatto che l'ampiezza delle oscillazioni della forza diminuisce quando la velocità di trazione aumenta.

Rimane anche il problema del metodo di misura della forza durante i cicli. Il motore misuratore di coppia dà in tale regime un segnale molto disturbato, così Barquins e Maugis hanno ideato nel 1988 un metodo alternativo. Hanno montato il supporto rotante su una lamella flessibile e hanno misurato la forza con un sofisticato sensore che rilevava la deflessione della lamella. I tracciati riportati nel loro lavoro [r05] sono molto precisi e interessanti, ma questo metodo è a mio parere limitante, poiché interferisce sulla dinamica del sistema cui viene accoppiato un grado di libertà elastico aggiuntivo. Basta pensare alle risonanze che possono instaurarsi quando la frequenza dello stick-slip si avvicina alle frequenze proprie di oscillazione della lamella.

4.ESPERIMENTO I : TRAZIONE A PESO

4.1 MOTIVAZIONI E NOVITA'

Lo scopo di questa prima esperienza è quello di misurare la curva di dissipazione per il nostro modello di nastro adesivo (Scotch 3M-600) e di studiare le modalità di propagazione a forza imposta.

Abbiamo usato un montaggio sostanzialmente diverso da quello di Barquins e Maugis [R05] per ragioni di praticità, economicità e complementarità.

La ragione iniziale che ci ha spinto a lavorare a forza imposta è stata la problematicità della misurazione della forza di trazione, infatti l'Università di Paris 7 non disponeva di motori con misurazione di coppia, né di speciali sensori per monitorare la deflessione della lamella flessibile e sia il costo che i tempi necessari per procurarsi uno qualunque di essi erano troppo elevati per le nostre possibilità. Usando come meccanismo di trazione la forza di gravità agente su dei pesi agganciati all'estremità libera del nastro adesivo il valore della forza di trazione è automaticamente noto e non resta che misurare la velocità di separazione del nastro adesivo che non presenta problemi nel regime stazionario.

Si può verificare che nel regime stazionario la situazione è fortemente analoga al caso della trazione a motore, di modo che le misure della curva di dissipazione sono compatibili con quelle effettuate con la trazione a motore.

La situazione di lavoro a forza imposta si verifica inoltre molto adatta per lo studio e la comprensione dei salti catastrofici tra i due rami e dei fenomeni di isteresi che sono fondamentali nella dinamica delle fratture e dello stick-slip. Le interessanti osservazioni fatte su questi due fenomeni mi hanno portato a chiarire la natura dei salti di velocità e a proporre delle importanti modifiche nell'interpretazione della natura delle fratture e dei cicli di stick-slip che esporrò nel capitolo 6.

Non ci siamo preoccupati dei regimi dinamici non stazionari poiché i transitori iniziali sono brevi e inoltre, lavorando a forza imposta, non si dovrebbero verificare fenomeni di stick-slip.

Questa fiducia ci ha tratti inizialmente in inganno, e ci ha portato in seguito a scoprire e interpretare la presenza di un regime di stick-slip anche nella trazione a peso, che ha la proprietà curiosa di presentare la stessa velocità media di propagazione per un vasto range di pesi applicati, come se il sistema possedesse un comportamento autoregolatore, in grado di assorbire dinamicamente qualunque lavoro della forza gravitazionale.

4.2 SCHEMA DI MONTAGGIO

Lo schema di montaggio è mostrato nella figura 4.1.

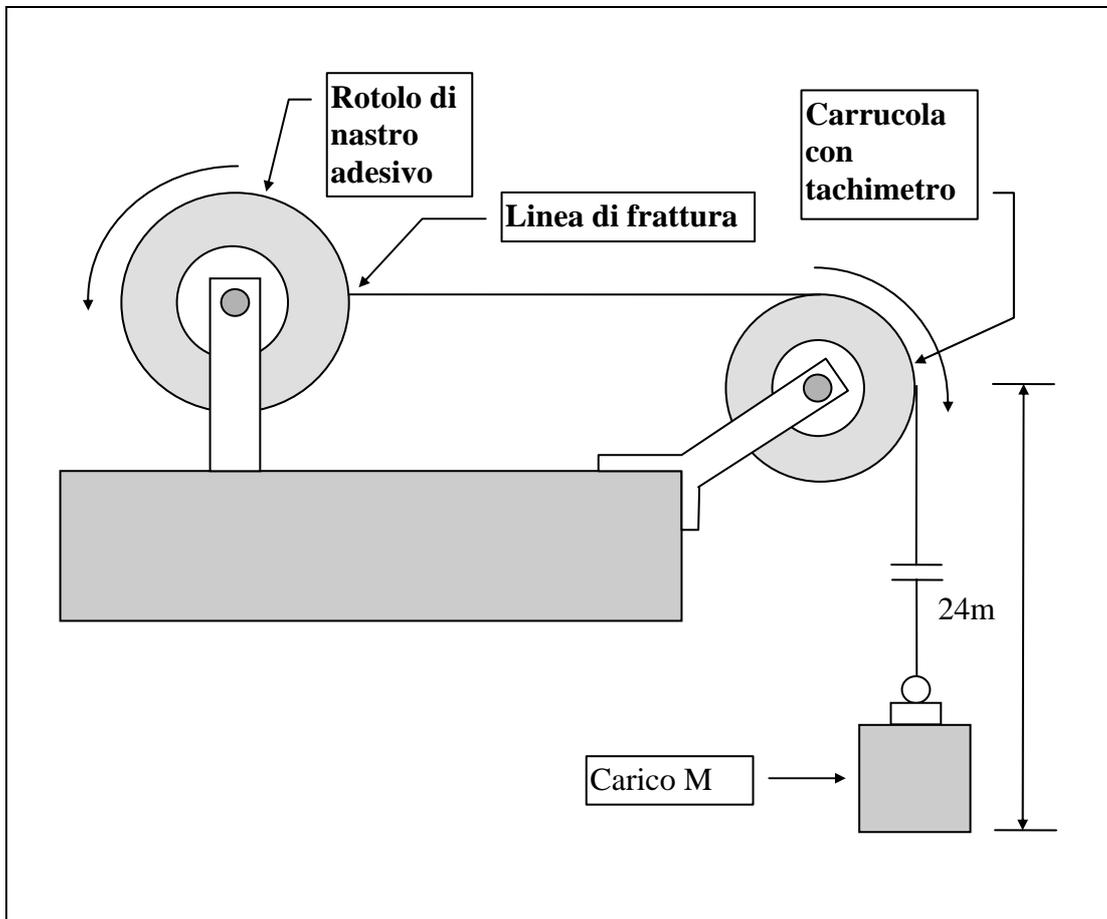


Figura 4.1 - Schema di montaggio

Il supporto rotante del rotolo di scotch è fissato su un banco ottico che ne permette lo spostamento e un buon fissaggio. Una parte del nastro viene svolta, fatta passare su una carrucola che agirà da tachimetro e collegata a dei pesi tarati tramite un meccanismo triangolare per distribuire la tensione in modo uniforme. I pesi sono liberi di scendere per la distanza di un metro, sufficiente nel ramo di svolgimento lento.

Il supporto rotante è stato realizzato con dei cuscinetti a sfera molto lubrificati. Dando una rotazione iniziale a un rotolo di nastro adesivo sul supporto, la rotazione continua per alcuni minuti con velocità pressoché costante. Possiamo quindi trascurare tranquillamente l'attrito nei tempi tipici delle nostre esperienze. Lo stesso vale per la carrucola, che abbiamo realizzato noi stessi tornendo un blocco di nylon leggero e montandolo su cuscinetti a sfera.

4.2.1 Giustificazione dinamica

Dopo aver attaccato un peso al sistema triangolare lo svolgimento giunge presto ad un regime stazionario in cui il peso scende con velocità costante V e il nastro si svolge regolarmente con velocità $v=V$ e angolo di peggioro $\theta=\pi/2$. In tale situazione stazionaria il sistema non risente degli effetti inerziali dovuti alla rotazione del rotolo di scotch e della

carrucola o alla discesa del peso; il lavoro della forza gravitazionale è tutto dissipato nella propagazione della frattura. Vale dunque la relazione

$$G = \Phi(v)$$

Il tasso di restituzione dell'energia è semplicemente

$$G = \frac{F}{b} = \frac{(M + m)g}{b}$$

dove M è la massa dei pesetti tarati agganciati e m è la massa del sistema triangolare. La velocità V è misurata al livello della carrucola e abbiamo quindi un punto della curva $\Phi(v)$.

Nella nostra esperienza abbiamo trattato la curva $F_0(v)$ esprimendo la forza con il peso in grammi per aiutare la comprensione quantitativa.

Osserviamo che la diminuzione del raggio del rotolo di nastro adesivo durante la misura comporta un graduale aumento della velocità di rotazione ω del rotolo, ma non della velocità di propagazione della frattura v determinata dal tasso di restituzione G , che rimane sostanzialmente invariato dato che il precedente fenomeno avviene molto lentamente e quindi assorbe poca energia.

C'è poi il problema dell'aumento della lunghezza della porzione di nastro svolta, che comporta una diminuzione della costante elastica complessiva e quindi una progressiva estensione del nastro, ma nel regime stazionario valgono le stesse considerazioni fatte per la variazione del raggio del rotolo e il fenomeno può essere ignorato.

La porzione di nastro pendente contribuisce alla trazione con il suo peso. La densità lineare di massa del nastro usato è di circa 1g/m, mentre le masse appese vanno dai 40g ai 1000g, quindi questo fenomeno è trascurabile nel ramo lento in cui le masse scendono solo per un metro, non lo sarà nel ramo veloce in cui scendono per più di 20 m a velocità superiori ai 10 m/s, ne terremo conto suddividendo la discesa in più tratti ed osservando le variazioni di velocità.

Nonostante le precauzioni, durante la discesa la parte pendente compie delle piccole oscillazioni a mo' di pendolo, che potrebbero aggiungere alla forza di trazione una piccola componente centrifuga. Per stimare questo effetto abbiamo calcolato la forza centrifuga di un pendolo lungo un metro e di massa M per delle oscillazioni di 2 cm di ampiezza, verificando che il contributo della forza centrifuga nel caso peggiore non supera l'1% della forza peso e sarà quindi trascurato, poiché compreso negli errori sperimentali.

4.3 STUDIO DEL RAMO LENTO

Le velocità di svolgimento nei due rami della curva di dissipazione differiscono di due ordini di grandezza e pongono problemi pratici di ordine diverso. Abbiamo quindi pensato due differenti adattamenti del montaggio ed usato di volta in volta gli strumenti di misura adeguati.

4.3.1 Metodi di Misura

Abbiamo fatto in modo che il nastro si appoggiasse alla carrucola con il lato non adesivo, e verificato che il contatto rimane comunque senza strisciamento, di modo che la carrucola ruota solidalmente al passaggio del nastro.

Sulla carrucola è stato montato un disco tachimetrico di cartone per la misurazione della velocità. Sul disco sono stati praticati quattro fori a distanze regolari e per rilevare il loro passaggio abbiamo utilizzato un sensore a raggi infrarossi. Il segnale viene registrato da una tavola tracciante a modulo continuo.

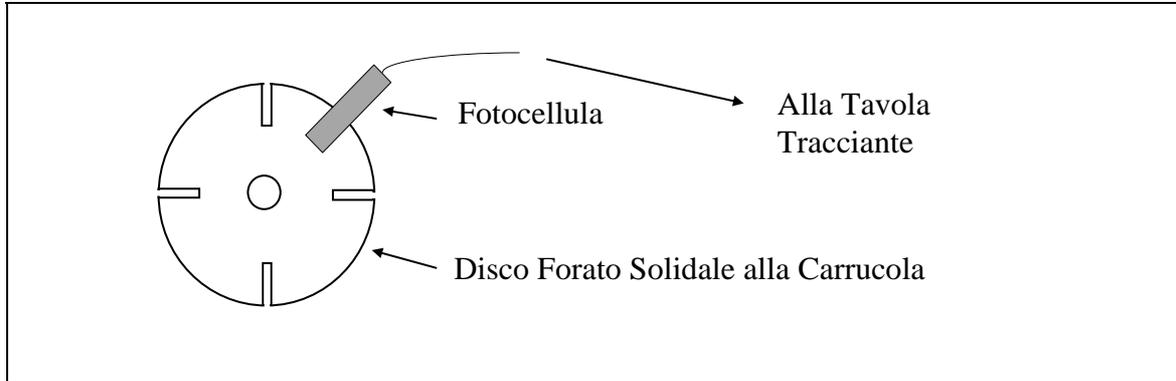


Figura 4.2 - Disco tachimetrico

Misurando la distanza tra i picchi che accompagnano il passaggio dei fori e conoscendo la velocità di avanzamento della carta sulla tavola tracciante si ottengono direttamente gli intervalli temporali tra i picchi. Tenendo conto del numero di fori del disco e del raggio della carrucola se ne può ottenere l'evoluzione della velocità di svolgimento del nastro adesivo. In realtà si ottiene una velocità mediata sui tempi tra il passaggio di due fori, ma dato che studiamo lo svolgimento stazionario questo non è rilevante. Ciò che conta è accertare il raggiungimento del regime stazionario e valutare la velocità media di svolgimento per un certo valore del peso.

Le velocità nel ramo lento arrivano fino a circa 10 cm/s con dei carichi di circa 170g, ma possono scendere anche fino a un metro in quattro giorni, difficilmente percepibili a occhio. Le misure sono in generale molto lente e sono state necessarie due settimane di lavoro per ottenere il grande numero di punti sperimentali che abbiamo preso.

Man mano che la velocità diminuisce abbiamo aumentato la velocità di avanzamento della carta, cercando di ottimizzare il rapporto precisione/consumo. Inoltre per i casi più lenti abbiamo raddoppiato a otto il numero di buchi sul disco di cartone.

Per ogni misura abbiamo rilevato temperatura e umidità, scelto un peso e preso una trentina di intervalli temporali, da cui abbiamo ottenuto un valore per la velocità di propagazione della frattura e quindi un punto sul grafico G4.1.

4.3.2 Analisi dei dati e Studio delle fluttuazioni

L'insieme dei dati è registrato su più di venti rotoli di carta millimetrata che non allegherò (!); fornirò invece l'esempio di analisi di uno di essi che permette interessanti considerazioni.

In figura è riportato un tratto di un tracciato degli intervalli di tempo:

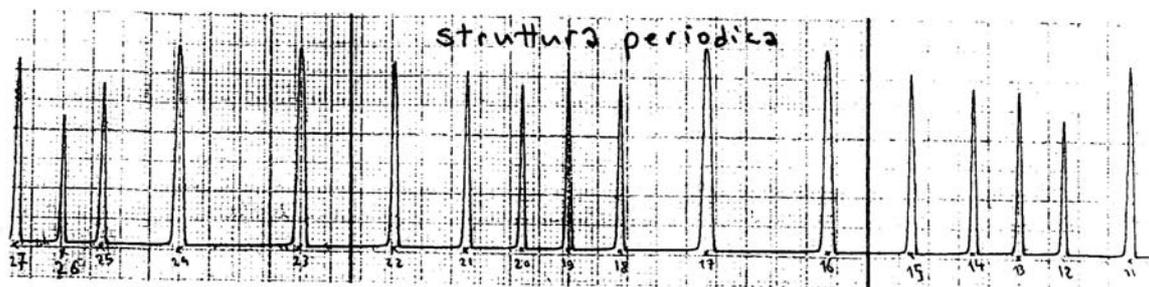


Figura 4.3 - Tracciato del segnale emesso dalla fotocellula.

La larghezza dei picchi è abbastanza piccola, ma le fluttuazioni tra un intervallo e un altro sono sorprendentemente grandi!

Abbiamo calcolato la velocità media dal tempo per una trentina di intervalli e poi abbiamo misurato i singoli intervalli (distanza fra l'inizio dei picchi) per stimare le fluttuazioni. Abbiamo associato come errore alla velocità media la fluttuazione quadratica media che è maggiore della larghezza dei picchi.

In effetti osservando lo svolgimento si nota un lento, ma continuo alternarsi di rallentamenti e riprese e riducendo gli attriti, le fluttuazioni permangono in ugual misura. Ne deduciamo che queste fluttuazioni fanno parte della natura dell'oggetto stesso che dobbiamo misurare e sono dovute probabilmente alle disomogeneità nella distribuzione della colla e delle tensioni lungo i vari strati del rotolo di nastro adesivo. Una analisi più attenta delle sequenze di intervalli temporali ci ha permesso di mettere in evidenza delle strutture che si ripetono con una periodicità che siamo riusciti a ricollegare allo svolgimento di uno strato completo di nastro adesivo dal rotolo.

Prendendo come grandezza il tempo necessario allo svolgimento di uno strato completo di scotch, le fluttuazioni sono molto più piccole. Ne abbiamo dedotto che le disomogeneità possiedono una certa distribuzione angolare dovuta a dei difetti di fabbricazione o meglio ancora a degli choc termici o deformativi subiti dal rotolo durante lo stoccaggio.

Ricerche precedenti hanno mostrato che, in generale, la presenza di difetti (tensioni, bolle d'aria, ecc.) diminuisce il potere collante locale. In effetti abbiamo osservato che verso la fine di un rotolo, ovvero negli strati più interni in cui i difetti e le tensioni sono molto più rari, lo svolgimento diviene più lento e regolare.

Durante lo svolgimento si osserva generalmente una velocità più e meno regolare con dei rallentamenti bruschi che, in seguito alle considerazioni precedenti, sono da attribuirsi a dei rari tratti di nastro "puro". Gli istogrammi in figura 4.4 mostrano la distribuzione degli intervalli temporali per qualche misura.

In ascissa abbiamo la durata dell'intervallo e in ordinata la ricorrenza. Possiamo osservare un raggruppamento dei dati verso i tempi più brevi (velocità più grandi) e dei rari valori per dei tempi lunghi (velocità più piccole). Le caselle sbarrate corrispondono a dei dati rigettati perché la frattura si è fermata.

La conclusione è che c'è una distribuzione abbastanza regolare di difetti che permette di mantenere una velocità di svolgimento un po' più elevata che se il nastro fosse puro. Sarà proprio questa la grandezza fisica che studieremo e che ha il maggiore significato fisico nello svolgimento del nastro adesivo.

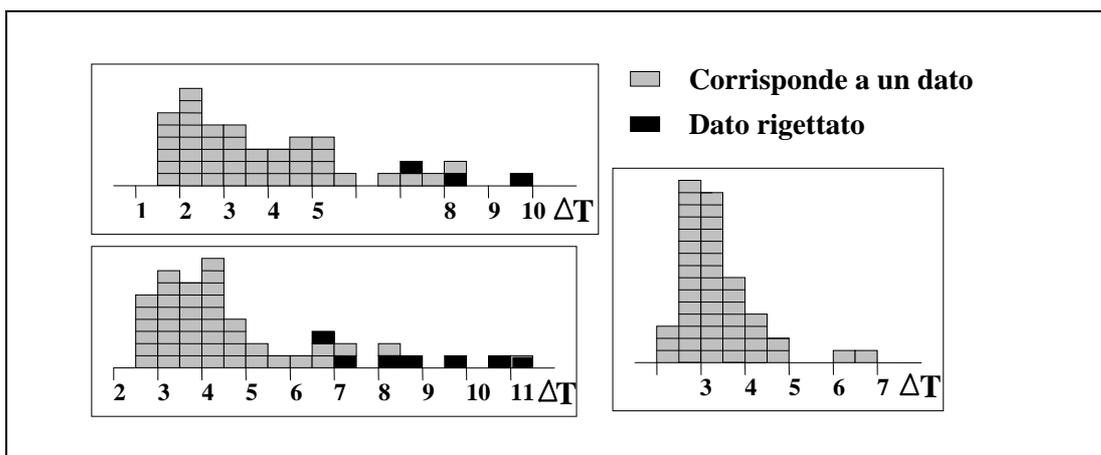


Figura 4.4 - Distribuzione degli intervalli temporali

4.3.3 Risultati

I risultati per il ramo lento sono riportati sulla tabella T4.1 e sul primo ramo del grafico G4.1. Gli errori sui valori di umidità sono di una unità percentuale, quelli sui valori di temperatura di un grado centigrado, quelli sui pesi di mezzo grammo, quelli sulle velocità sono in tabella. Il grafico è in scala doppiamente logaritmica coerentemente alle rappresentazioni in letteratura, dato che in tale scala la dipendenza di tipo legge di potenza che attendiamo e ricondotta ad una retta per il fit. Gli errori non sono riportati poiché i dati sono troppo fitti e si avrebbe confusione.

L'accordo qualitativo è molto buono. Vediamo chiaramente che la velocità di svolgimento aumenta con il peso agganciato fino ad una velocità massimale v_C , al di là della quale la velocità subisce un salto brusco verso il ramo veloce, che studieremo oltre. Cerchiamo ora una equazione per descrivere la forma del ramo lento. La parte significativa della curva è riportata per maggior chiarezza nel grafico G4.2 su cui abbiamo anche rappresentato la stima delle fluttuazioni sui valori delle velocità (NB: per poterlo fare abbiamo dovuto mettere le velocità in ordinata. L'andamento dei dati è bene rappresentato da una retta, tranne che per la presenza di alcuni gruppetti di dati che proveremo ad interpretare.

I punti cerchiati in rosso che si trovano al di sopra della curva sono stati presi quando il rotolo era vicino alla fine. La regione terminale di un rotolo di scotch, ovvero quella delle spire più interne, è risaputamente molto più pura e omogenea grazie alla protezione delle altre spire. Come abbiamo già visto questo porta una migliore capacità adesiva della colla e quindi le velocità di svolgimento sono più piccole di quelle che avremmo in una porzione media del nastro (da cui lo spostamento al di sopra della curva). Di questi dati non bisogna tenere conto nella interpolazione della curva in quanto non corrispondono al campione medio di scotch oggetto della nostra misura.

P(g)	V(cm/s)	Dv	H	T(°C)	P(g)	V(cm/s)	Dv	H	T(°C)
114	0,05	0,01	62	23	166	6,5	4,5	41	26
164	4,9	0,5	61	24	167	7,4	5	41	26
164	5	0,5	61	24	159	5,2	3	41	26
154	3,7	0,4	60	24	149	3,2	1,2	41	26
154	3,5	0,4	60	24	139	1,7	0,3	41	26
144	2,4	0,15	58	24	129	0,63	0,13	41	27
134	1,3	0,14	56	25	119	0,17	0,03	41	27
124	0,7	0,14	55	25	109	0,09	0,01	40	27
119	0,33	0,11	54	25	104	0,08	0,01	40	27
121	0,42	0,15	53	26	84	0,038	0,004	40	27
122	0,4	0,17	53	26	64	0,014	0,002	40	27
120	0,1	0,07	63	21	114	0,06	0,006	52	22
123	0,16	0,07	63	22	94	0,026	0,002	52	22
122	1,4	0,5	63	22	74	0,013	0,001	50	23
118	0,042	0,007	62	23	74	0,0095	0,0013	46	24
117	0,042	0,013	61	23	44	0,001	0,0001	46	23
116	0,04	0,004	60	24	134	1,05	0,15	44	24
115	0,033	0,004	60	24	132	1,02	0,15	44	24
164	1,3	0,6	46	26	130	0,87	0,18	44	24
164	1,4	0,6	46	26	128	0,78	0,16	44	24
154	0,84	0,4	45	25	126	0,69	0,11	44	24
154	4,5	0,8	45	25	124	0,51	0,14	44	25
164	5,9	1,5	45	25	122	0,42	0,13	44	24
144	2,4	0,4	45	25	120	0,25	0,11	44	24
134	1	0,2	45	26	118	0,13	0,04	43	24
124	0,24	0,1	45	26	116	0,1	0,02	42	24
124	0,25	0,1	45	26	114	0,09	0,03	42	24
166	8,6	1,6	42	27	112	0,1	0,02	42	24
166	7,1	1,8	42	27	110	0,077	0,009	42	24
167	6,7	1,4	42	27	108	0,062	0,008	42	24
165	8,2	1,7	41	26	44	0,0012	0,0002	42	24

Tabella T4.1 - Dati relativi al ramo lento

Per gli altri punti possiamo aiutarci con l'effetto delle variazioni di umidità e temperatura. Alcuni studi precedenti [r13] hanno mostrato che l'effetto di un aumento dell'umidità è di diminuire la curva di dissipazione moltiplicandola per un fattore minore di uno, il che in scala doppiamente logaritmica si traduce in una traslazione in blocco della curva verso il basso; l'aumento di temperatura si traduce invece in una traslazione della curva verso destra. Dato che questi effetti sono molto consistenti, è chiaro che bisognerebbe effettuare tutte le misure per gli stessi valori di umidità e temperatura. Purtroppo in questa esperienza non abbiamo potuto disporre di ambienti stabilizzati ed essendo le misure molto lente e numerose la presa dei dati si è prolungata in molti giorni, durante i quali il clima ha presentato delle variazioni di umidità dal 40% al 62% e delle variazioni di temperatura dal 21% al 27%. Malgrado tutto la curva è abbastanza regolare poiché la maggior parte dei dati è stata presa attorno ai valori di H~44% e T~24°C. In particolare possiamo osservare che il

gruppetto di dati cerchiati in verde è stato preso alle temperature più basse ($T \sim 21^\circ\text{C}$), il che giustifica che si trovi a sinistra della curva.

Studiando meglio la dipendenza da umidità e temperatura si potrebbero aggiustare i dati con meccanismi interpolativi. Per ora abbiamo agito selezionando i dati presi nelle condizioni ambientali più vicine ai valori medi. In seguito l'esperienza è stata ripetuta per ragioni che vedremo nel paragrafo § 4.5 ed i dati sono stati integrati prendendone altri in condizioni migliori (vedi il grafico G4.3).

I dati significativi rimasti si prestano bene ad una interpolazione lineare sul grafico in scala doppiamente logaritmica, da cui si ottiene che il peso e la velocità sono legati nel ramo lento da una legge di potenza. Ciò concorda con l'esperienza di Barquins, Khandani, Maugis [r02] che, ricordiamo, proposero per il tasso di restituzione una legge del tipo:

$$G = \Phi(v) = w + w \cdot \alpha(T) \cdot v^n$$

Trascurando il termine additivo dell'energia di adesione di Dupré w che è trascurabile rispetto al termine viscoso, si ha infatti:

$$\log G = \log(w \alpha(T)) + n_1 \cdot \log v$$

I valori del peso sono semplicemente proporzionali al tasso di restituzione secondo la relazione $G = P g / b$ (con P espresso in grammi), si ha quindi per i nostri dati:

$$P = c \cdot v^{n_1} \quad \log P = \log c + n_1 \cdot \log v$$

Sul grafico G4.2 è rappresentata la retta interpolante ottenuta con un metodo di regressione lineare. L'errore nei coefficienti è stato valutato disegnando le rette di massima e minima pendenza e prendendo la metà dello scarto tra i coefficienti di tali rette. Si ottengono i valori:

$$c = (133 \pm 5) \text{ g}$$

$$n_1 = (0.14 \pm 0.02)$$

$$P = 133 \cdot v^{0.14} \text{ g}$$

$$\Phi(v) = G = \frac{P \cdot g}{b} = 68.6 \cdot v^{0.14} \text{ J/m}^2$$

da cui :

$$w \cdot \alpha(24^\circ\text{C}) = (69 \pm 3) \text{ J/m}^2$$

Nel nastro adesivo Scotch 3M-602 usato da Mr. Barquins i parametri erano $n_1=0.35$, $w=3 \text{ J/m}^2$, $\alpha(23^\circ\text{C})=135$, ovvero

$$w \cdot \alpha(23^\circ\text{C}) = 405 \text{ J/m}^2$$

In complesso lo scotch 3M-602 è più resistente a trazioni nel primo ramo del nostro scotch 3M-600.

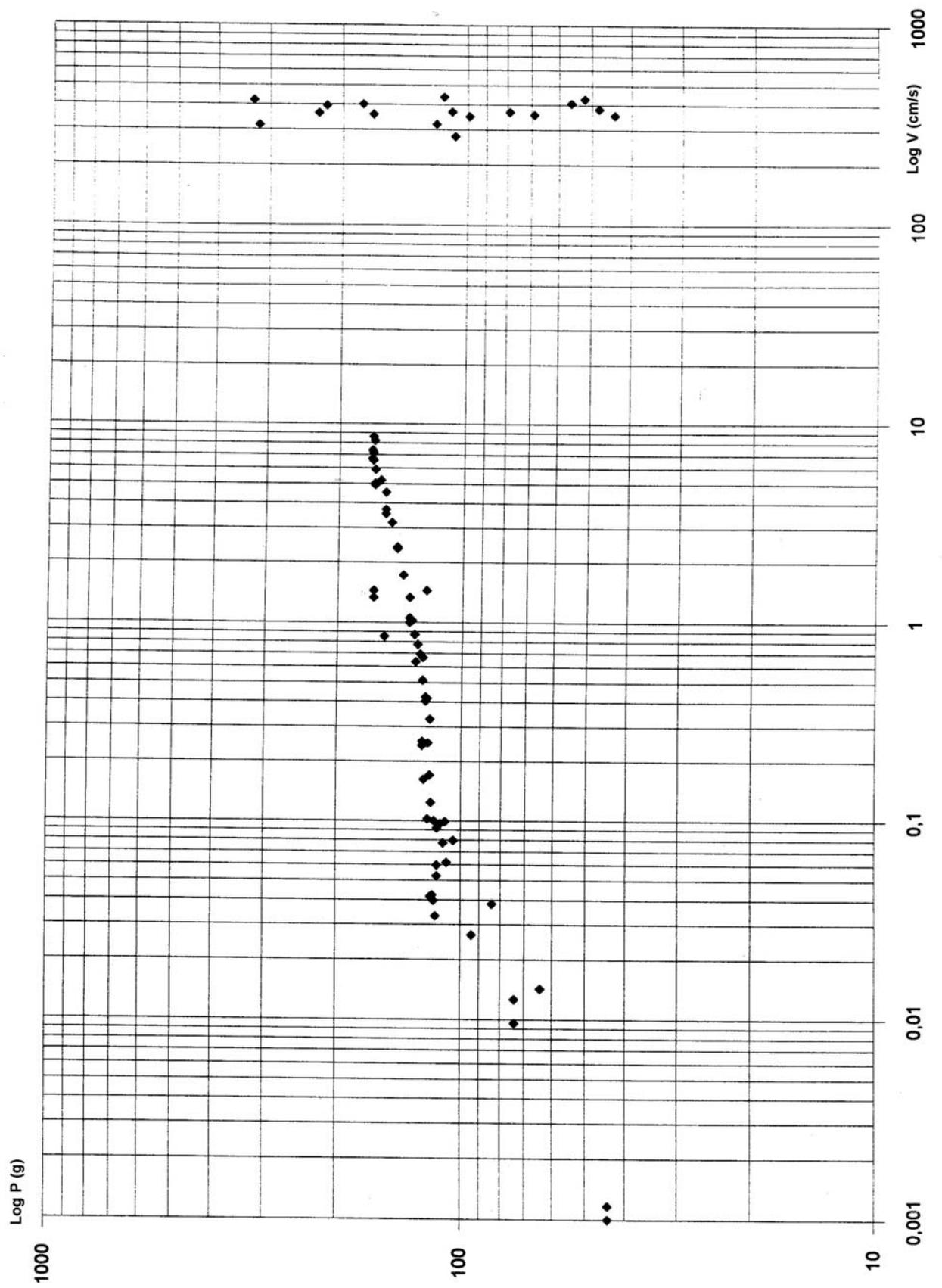


Grafico G4.1 - Velocità di svolgimento in funzione del peso

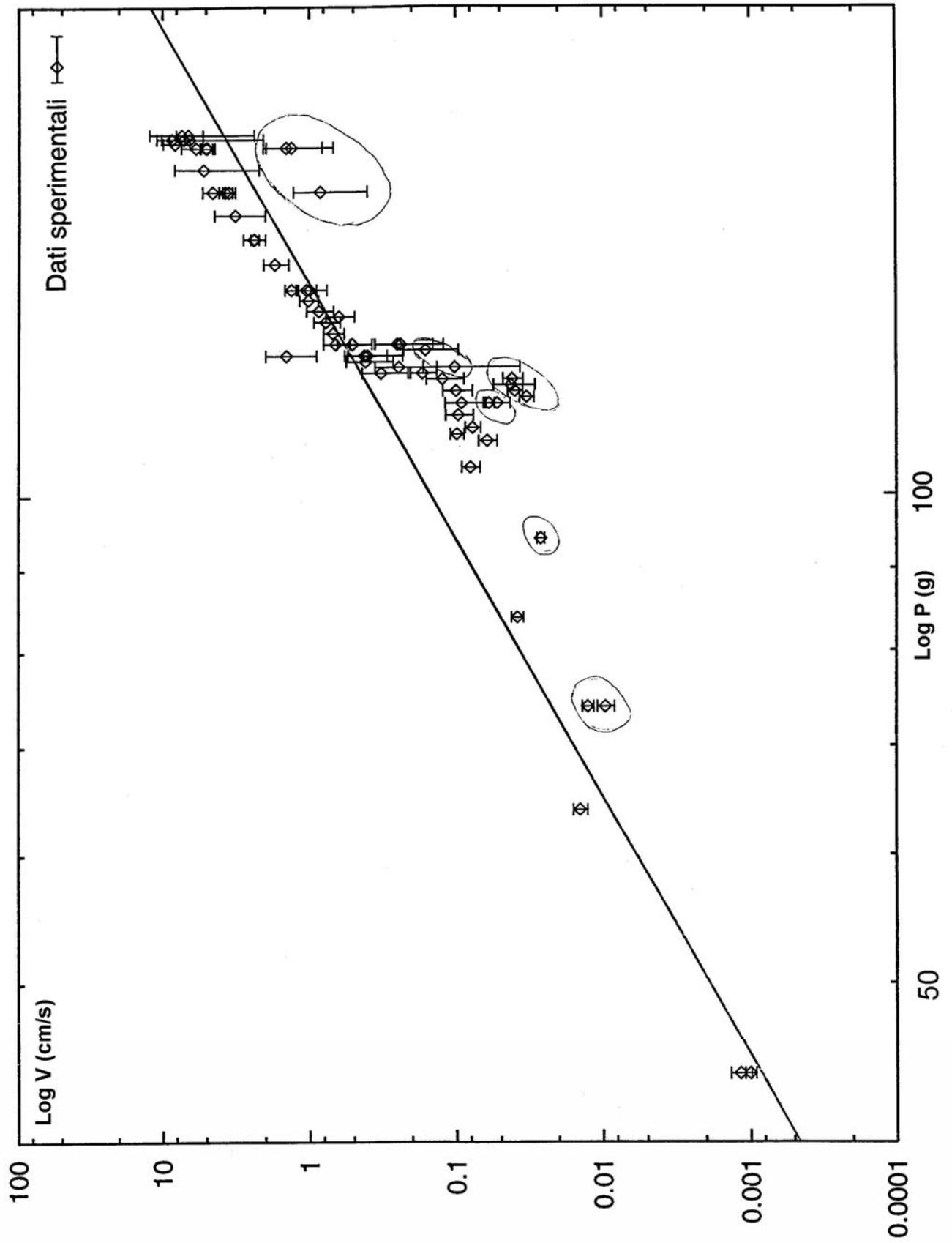


Grafico G4.2 - Ingrandimento del ramo lento con le barre di errore e la retta interpolante

La determinazione della velocità massima è molto delicata perché verso la cima del ramo, l'equilibrio diviene metastabile e bastano delle perturbazioni minime per provocare un salto di velocità verso l'altro ramo. Con le migliori precauzioni, la velocità massima che abbiamo ottenuto é :

$$v_C = (8.6 \pm 1.5) \text{ cm/s}$$

con un peso $P_C = (166 \pm 1) \text{ g}$ (corrispondente a $G_C = 85 \text{ J/m}^2$). In realtà questo è soltanto un limite inferiore per il vero valore di v_C , ma crediamo di non essere lontani dal valore corretto.

Per lo Scotch 3M-602 Barquins ha ottenuto $v_C = 6.12 \text{ cm/s}$ in corrispondenza di $G_C = 170 \text{ J/m}^2$, ovvero tale scotch resiste a sforzi più grandi prima di iniziare lo stick-slip, ma lo inizia ad una velocità inferiore che lo scotch 3M-600.

4.4 STUDIO DEL PRESUNTO RAMO RAPIDO

4.4.1 Considerazioni preliminari

Per pesi maggiori del peso critico $P_C = 166 \text{ g}$ la velocità di svolgimento aumenta bruscamente e, secondo le nostre previsioni, il sistema dovrebbe trovarsi sul ramo veloce con svolgimento regolare. La velocità di discesa del peso aumenta infatti di due ordini di grandezza, ma contrariamente alle aspettative la propagazione presenta chiari segni di stick-slip, quali l'oscillazione brusca dell'angolo di pelaggio e l'emissione del rumore caratteristico.

In un primo momento non ci siamo spiegati il fenomeno e abbiamo operato tutte le misure come se fossimo effettivamente sul ramo veloce, ingannati dal fatto che i punti sperimentali così presi generavano un ramo molto simile a quello cercato, e perché in effetti per dei pesi maggiori di P_C l'unico regime ipotizzabile era quello del ramo veloce. Al tempo pensavamo che avremmo spiegato la presenza indesiderata dello stick-slip con l'analisi di qualche effetto dinamico secondario, quale la possibilità che la variazione rapida della costante elastica dovuta all'allungamento del nastro volante potesse provocare la propagazione di onde elastiche lungo il nastro stimolando un regime oscillante. Vedremo nel paragrafo § 4.5 come questo ramo non fosse in realtà il ramo veloce, ma un effettivo ramo aggiuntivo di stick-slip che nascondeva un ramo stabile a velocità ancora più elevate. I dati di questa esperienza saranno reinterpretati traendone considerazioni interessanti, quindi li presenterò lo stesso.

Per studiare la parte inferiore del ramo abbiamo diminuito il valore dei pesi e cercato di sfruttare il fenomeno di isteresi, ovvero abbiamo fornito manualmente al nastro una velocità iniziale elevata e, come previsto, il sistema ha mantenuto la velocità del regime veloce permettendoci di scendere nel ramo veloce fino a pesi di 40 g, che nel ramo lento corrisponderebbero a velocità impercettibili. Al di sotto di questi valori, nonostante la trazione iniziale il sistema ritornava nel ramo lento, mostrandoci che eravamo giunti alla fine del ramo veloce.

4.4.2 Metodo di misura

I valori tipici della velocità media di svolgimento in questo ramo sono di circa 3-4 m/s (ricordiamo che nel ramo lento le velocità sono inferiori ai 10 cm/s). Per permettere al nastro di raggiungere la velocità di regime e poter prendere delle misure si è reso necessario trasportare il montaggio al sesto piano di una torre in modo che i pesi potessero

scendere liberamente per un'altezza di circa 24 metri. Il disco tachimetrico è stato sostituito con un disco ad un solo buco, ma la tavola tracciante a pennino usata per il ramo lento non riusciva comunque a rispondere alla grande frequenza dei segnali emessi dalla fotocellula. La abbiamo quindi sostituita con un oscillografo numerico che permetteva la memorizzazione digitale del segnale e la stampa successiva del tracciato. Un esempio di tali tracciati è mostrato in figura 4.5.

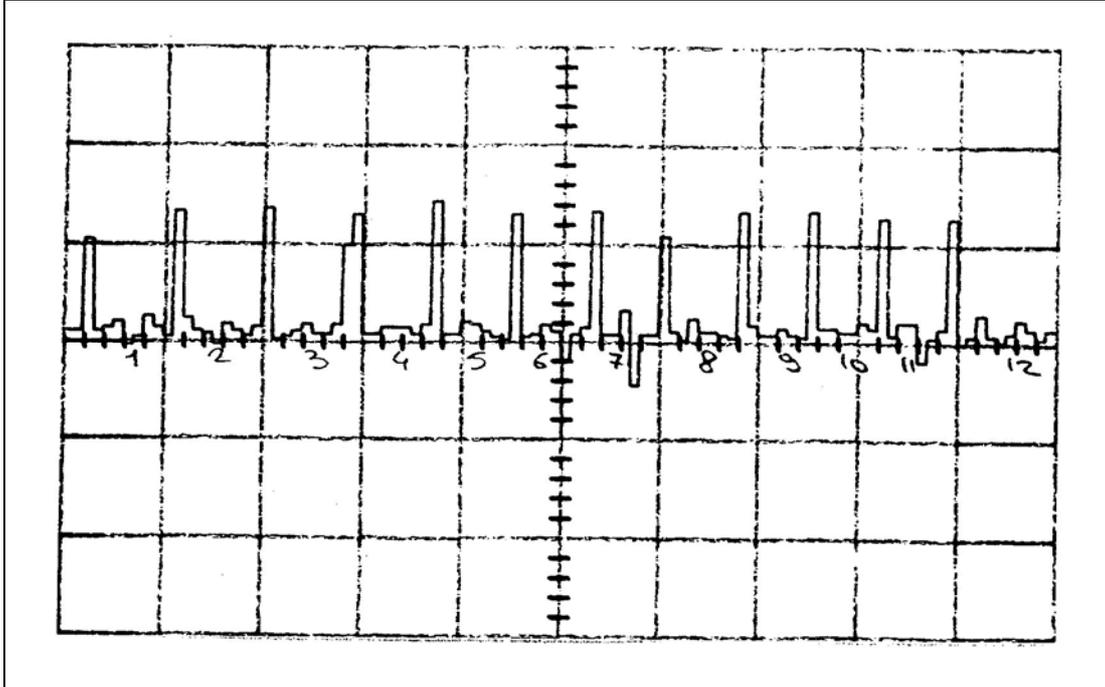


Figura 4.5 - Tracciato degli intervalli temporali

L'interpretazione delle misure è analoga a quella del ramo lento, tranne che in questo caso la variazione del peso lungo la caduta dovuta all'aumento della porzione di nastro pendente non è più trascurabile.

Per ovviare a questo problema abbiamo suddiviso i dati di una caduta in alcuni intervalli e utilizzato le variazioni di peso come incertezza sul valore della forza di trazione. Tutto questo si basa sulla supposizione che il peso aumenti in modo sufficientemente lento da non creare altri effetti dinamici che un'evoluzione lenta del sistema sulla curva $\Phi(v)$.

L'influenza delle oscillazioni del sistema pendente diminuisce con la lunghezza del braccio ed è quindi ancor più trascurabile. Si potrebbero valutare gli effetti dell'attrito dell'aria sul leggero e lungo nastro volante, ma sarebbe molto complicato.

4.4.3 Analisi e risultati

La trattazione dei dati è analoga a quella del ramo lento. I risultati sono mostrati nella tabella T4.2 e nel secondo ramo del grafico G4.1. Si ottiene una retta dall'aspetto verticale, per una velocità di circa 3-4 m/s che credemmo corrispondere alla velocità limite.

Peso(g)	Vel(cm/s)	DV(cm/s)	H	T(°C)
319	320	210	62%	23
329	420	190	61%	24
169	360	110	61%	24
179	400	210	60%	24
219	390	130	60%	24
229	360	170	58%	24
119	320	140	56%	25
107	280	80	55%	25
114	430	390	54%	25
99	350	180	53%	26
109	370	160	53%	26
69	360	90	63%	21
79	370	180	63%	22
44	360	80	63%	22
48	380	55	62%	23
52	430	130	61%	23
56	410	150	60%	24

Tabella T4.2 - Dati relativi al presunto ramo veloce

L'aspetto complessivo della curva trovata era molto simile a quello dell'esperienza di Barquins, Khandani, Maugis, tranne per il lato quantitativo che non ci aspettavamo corrispondesse dato che abbiamo utilizzato un nastro adesivo differente. Il fatto di non aver osservato il tratto orizzontale alla base del presunto ramo rapido non ci ha stupito poiché lavorando a forza imposta è molto difficile evidenziarlo, tenuto conto inoltre degli strattoni forniti per raggiungere il ramo e del fatto che, lavorando attorno a 40 g di peso, ogni metro di scotch modifica pesantemente la situazione. Tenendo conto di questi fattori abbiamo stimato che il ramo inizia per $P=42$ g, pur sapendo che la velocità del punto terminale è sicuramente inferiore ai 3 m/s tipici del ramo. A posteriori questo è un falso problema poiché non si tratta del ramo veloce.

4.5 RIPETIZIONE DELL' ESPERIENZA CON PESI MAGGIORI

4.5.1 Ipotesi dei tre punti di funzionamento

Vedremo ora come i dubbi sulla presenza di stick-slip nel presunto ramo veloce hanno portato alla scoperta del vero ramo veloce, situato a velocità dieci volte più elevate e alla interpretazione dell'inatteso ramo verticale di stick-slip.

Il pensiero è nato dal confronto tra la situazione a velocità imposta e quella a forza imposta, con lo scopo di capire le ragioni dell'instabilità del ramo veloce nella nostra situazione sperimentale.

Nei due fenomeni la curva della forza di aderenza $F_0(v)=b \cdot \Phi(v)$ è ovviamente la stessa, ma abbiamo comportamenti diversi. Lavorando a velocità imposta, per ogni valore della velocità di trazione V_0 si presenta un solo regime di svolgimento: stazionario nei due rami stabili, stick-slip nel range centrale, in cui lo svolgimento stazionario risulta instabile.

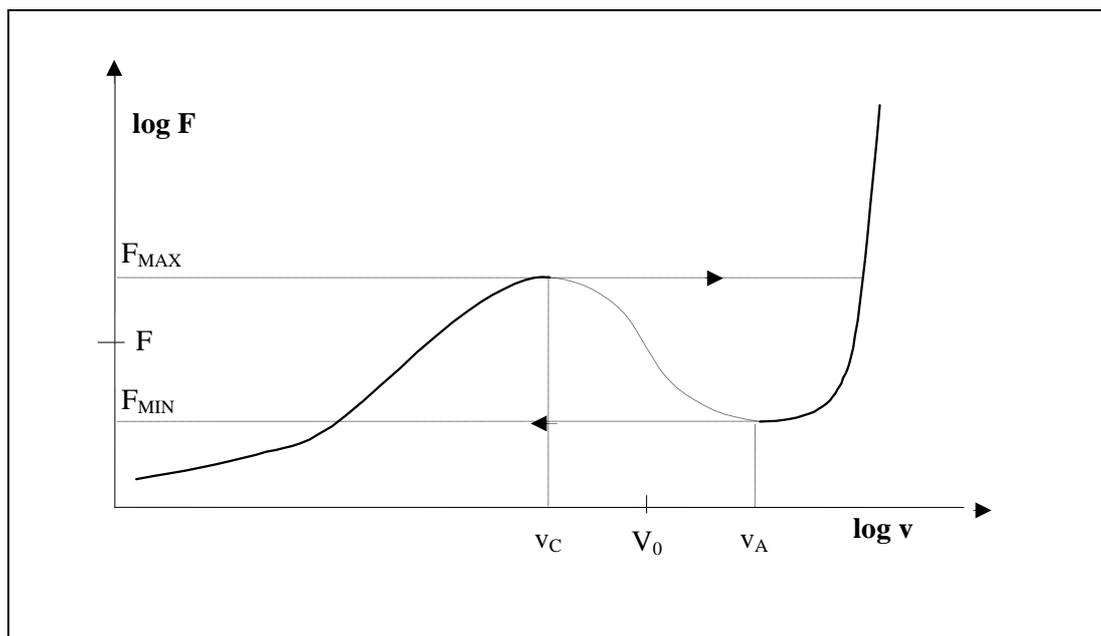


Figura 4.7 - Curva della forza di aderenza $F_0(v)$

Lavorando a forza imposta ci aspettiamo che il regime di svolgimento sia sempre stabile, con la particolarità che nel range tra F_{MIN} e F_{MAX} ci sono due possibili regimi stabili, con due velocità differenti di 2 o 3 ordini di grandezza. Quale delle due velocità sia scelta, dipende dalla storia precedente del sistema, e questa è la natura del fenomeno di isteresi: se il sistema è sul ramo lento, per variazioni lente della forza vi rimarrà fino a che la forza non supera il valore F_{MAX} , nel qual punto avviene un salto verso il secondo ramo. Aumentando o diminuendo la forza, ora il sistema rimane nel secondo ramo fino a che la forza non scende sotto il valore F_{MIN} , che segna un secondo salto verso il primo ramo.

In questo modello non c'è spazio per lo stick-slip lavorando a forza imposta, ma riconsiderando la situazione sperimentale osserviamo che il peso trattore applica una forza costante solo se il regime di svolgimento è stazionario. Se il sistema iniziasse un regime dinamico, questo modello non andrebbe più bene per gli effetti inerziali della massa sospesa e bisognerebbe riconsiderare tutto, cadendo in questioni dinamiche molto complicate.

Per fortuna ci viene in soccorso proprio il modello per la trazione a velocità imposta. Precisiamo che in tale situazione la velocità è imposta dal motore non al livello della frattura, ma alla estremità della porzione di nastro libera ed è proprio questo che provoca l'instaurarsi del regime di stick-slip.

Nella nostra esperienza con trazione a peso abbiamo osservato che nel presunto ramo veloce, si ha presenza di stick-slip e che comunque il peso scende a velocità approssimativamente costante. In effetti l'inerzia del peso si oppone energeticamente a variazioni brusche della velocità della massa trattrice, di modo che in un regime dinamico, la forza che giunge alla frattura non è affatto costante. In sostanza più la massa è grande, più l'inerzia svolge un ruolo regolarizzatore della velocità di discesa del peso. Se immaginiamo una situazione in cui la massa scende ad una velocità costante di valore compreso nel range intermedio, ci accorgiamo di essere nella stessa situazione della

trazione a velocità imposta e capiamo che il sistema può instaurare un regime dinamico di stick-slip in tutto analogo a quello noto.

Le apparenti incoerenze nella similitudine si sciolgono se osserviamo che in realtà il meccanismo con cui il motore stabilizza la velocità si basa nei tempi brevi su un meccanismo di retroazione inerziale del tutto simile a quello svolto dalla massa che cade. In entrambi i casi l'approssimazione con cui la velocità può ritenersi costante è tanto migliore quanto più l'inerzia è grande. Sui tempi più lunghi, il motore usa altri meccanismi di controllo, mentre il valore medio della velocità di discesa del peso in principio può evolvere.

La nostra esperienza mostra che questo regime di stick-slip può instaurarsi e che la velocità di discesa rimane in media effettivamente costante grazie ad un ignoto meccanismo di retroazione dovuto probabilmente alla dinamica di stick-slip. Ma è così, allora bisogna trovare il vero ramo veloce, e questo ramo è stato trovato realizzando nuovamente l'esperienza con masse più grandi (fino a 1000g) ed ottenendo un regime stabile con delle velocità un ordine di grandezza più grandi, ovvero di circa 30-40 m/s.

4.5.2 Metodi pratici per ottenere le alte velocità e risultati

Il ramo centrale di stick-slip si rivela essere molto stabile e ciò spiega come il ramo veloce non sia stato osservato. Fino ad ora le misure si erano fermate a dei carichi di 320 g poiché non si osservava alcuna variazione di velocità e il ramo sembrava proseguire indefinitamente, come nell'ipotesi di raggiungimento di una velocità limite.

La nuova esperienza è stata effettuata usando masse fino a 1000g e ha mostrato che in effetti il ramo verticale con stick-slip permane solo fino a carichi di 500 g, a partire da cui lo stick-slip scompare assieme all'emissione sonora, lasciando posto ad un leggero sibilo, dovuto forse al rumore dei cuscinetti a sfera. La velocità diviene bruscamente dieci volte più grande come mostrato nel grafico G4.3, ovvero di circa 30-40 m/s creando forti problemi di misura, (la lunghezza complessiva di un rotolo di scotch è tra l'altro di 32m). Questo regime è da attribuirsi al vero ramo veloce di cui questa volta rispecchia bene le caratteristiche.

Lo studio della parte inferiore del ramo veloce è molto delicato, poiché si vuole produrre un regime di srotolamento a velocità molto alte con pesi sempre più piccoli. Inoltre non si riesce a raggiungere il ramo con una forte trazione iniziale, come nel caso del ramo intermedio, e si è dovuto usare un altro espediente che rende ancora più delicate le misure.

All'estremità del nastro adesivo è stato appeso un sistema di due masse separate da un sottile filo di nylon lungo 10m. In una prima prova si è collegata una massa di 50g vicino al nastro ed una di 500g sotto il filo di nylon. All'inizio il sistema raggiunge il ramo veloce sotto l'azione della massa totale 550g, poi, quando la massa di 500g tocca il suolo, lo svolgimento continua sotto la sola azione della massa di 50g (e di un grammo per ogni metro di nastro svolto). Si osserva una leggera diminuzione della velocità, ma la propagazione continua senza apparizione di stick-slip, testimoniando la permanenza nel ramo veloce.

Si sono compiute altre prove con 100+500g, 200+500g, 300+500g, di modo che alla fine del pelaggio rimanessero attive solo le prime delle due masse. Naturalmente solo gli ultimi dieci metri sono utili per la misura, che deve essere compiuta con molta cura.

Durante queste prove le condizioni ambientali sono evolute entro i limiti seguenti: temperatura $23 \pm 2^\circ\text{C}$ e umidità $65 \pm 5\%$.

Il grafico G4.3 mostra in un unico grafico i dati del nuovo ramo assieme ai dati presi precedentemente per gli altri due rami, a cui si sono aggiunte alcune misure approfittando

del nuovo montaggio in cui si è fatta più attenzione anche alla stabilità delle condizioni ambientali.

4.5.3 Conferma dei tre punti di funzionamento

L'insieme delle tre esperienze mostra chiaramente che lo svolgimento del nastro adesivo sotto l'azione di un peso presenta tre possibili regimi di svolgimento analoghi a quelli osservabili quando la velocità é imposta da un motore.

La situazione è riassunta nel seguente schema:

$P > 500g$	solo regime stazionario veloce
$160g < P < 500g$	regime di stick-slip o stazionario veloce
$50g < P < 160g$	tutti e tre i regimi sono possibili
$40g < P < 50g$	regime stazionario lento o stick-slip
$P < 40g$	solo regime lento e rischio di arresto

L'indagine si è fermata poco sotto i 40g poiché lo svolgimento diviene talmente lento da essere apprezzato solo nel giro di più giorni. Per di più in tempi così lunghi l'azione delle deboli forze di attrito non è più trascurabile e, trattandosi di una porzione di scotch molto breve, la dipendenza da difetti locali diventa essenziale poiché non mediata.

Ciò che può stupire è che il ramo instabile sopravvive ad un range di carichi più grande di quello comune ai due rami, il che sembra andare oltre alle previsioni.

Altre considerazioni interessanti derivano dal fatto che in tutto questo range il regime a scatti è il più frequentemente osservato. In effetti se non prendiamo delle precauzioni particolari nel momento della messa in carico del sistema e/o se il nastro presenta delle imperfezioni (bolle, impurità, ecc.), si ricade ineluttabilmente sul regime a scatti.

Di fatto questo ci fa notare che, lavorando a forza imposta, la stabilità dei rami di svolgimento stazionario diviene una metastabilità sempre più precaria avvicinandosi al temine dei rami, dove una minima perturbazione è sufficiente a innescare la propagazione a scatti.

4.5.4 Problema della verticalità

Un'altra particolarità del ramo centrale di stick-slip che fa riflettere è la sua netta verticalità: la velocità media di svolgimento appare costante attorno e 3-4 m/s indipendentemente dal carico. Ciò che varia al variare del carico sono probabilmente la frequenza e l'ampiezza delle oscillazioni, il tutto come se in qualche modo il sistema del rotolo di nastro adesivo si adattasse misteriosamente a compiere dei cicli in modo tale da dissipare il lavoro compiuto da qualsiasi carico (fino a un max di 500g) pur di mantenere tale velocità.

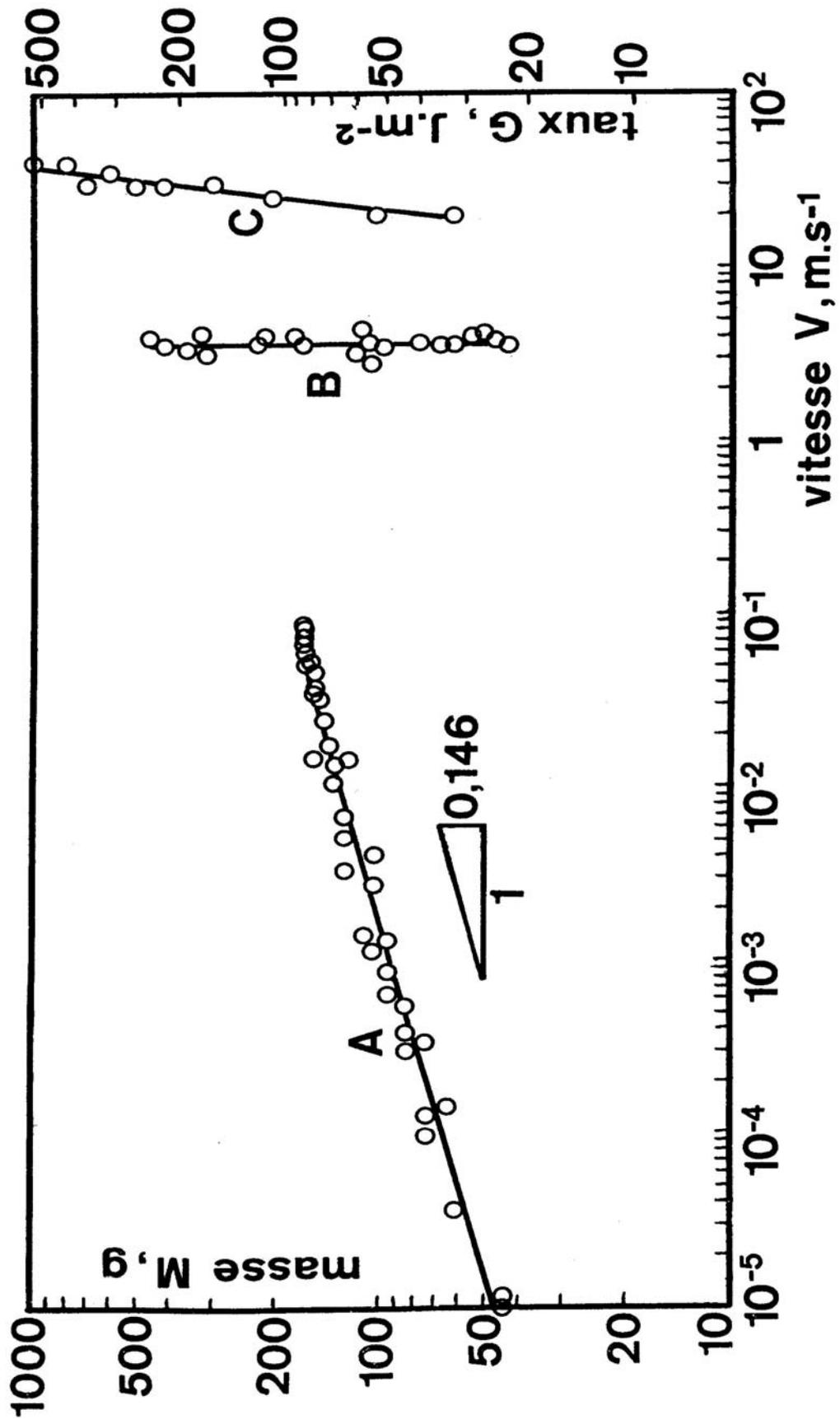


Grafico G4.3 - Pesi e velocità dei tre rami di svolgimento

ESPERIMENTO II : TRAZIONE A MOTORE

5.1 MOTIVAZIONI E NOVITA'

Lo scopo della seconda esperienza è di studiare il regime di stick-slip osservato da Barquins, Khandani, Maugis nella trazione a velocità costante. Inoltre l'osservazione dello svolgimento a velocità imposta può fornire informazioni complementari all'esperimento precedente nello studio della curva di dissipazione e in particolare degli estremi dei rami stabili, poiché lavorando a velocità imposta non si hanno come vedremo fenomeni di metastabilità.

L'oggetto della misura è studiare il periodo dei cicli di stick-slip al variare della velocità di trazione nel range di instabilità e al variare della lunghezza della porzione di nastro libera (che influenza il coefficiente di elasticità), verificando le previsioni del modello di Barquins, Khandani, Maugis [r02].

Nel loro esperimento si è cercato di misurare l'evoluzione della forza F nel tempo, usando per la trazione un motore misuratore di coppia, ma nel regime di stick-slip il segnale era affetto da un rumore elevato ed ha necessitato un filtraggio. In una versione modificata gli stessi ricercatori hanno montato il rotolo di scotch su una lamella flessibile, e misurato la forza rilevando la sua deflessione elastica con un sofisticato sensore.

Purtroppo questi strumenti sono di nuovo molto costosi e difficili da reperire durante un'esperienza di laboratorio universitaria. Per di più non sono molto d'accordo con il metodo della lamella flessibile, poiché credo che l'accoppiamento del grado di libertà elastico aggiuntivo della lamella possa influenzare notevolmente la dinamica che si vuole studiare, quindi abbiamo cercato un metodo differente.

Dato che la natura stessa del fenomeno di stick-slip è l'alternanza di fasi in cui l'energia viene accumulata nell'estensione del nastro con fasi in cui tale energia è liberata bruscamente, ho pensato di reperire l'inizio di ogni ciclo cercando un modo di recuperare l'energia liberata senza perturbare il sistema.

Le emissioni sonore che accompagnano lo stick-slip erano già note, così abbiamo pensato di ricuperarle con un microfono, ma l'idea decisiva è stata quella di recuperare le emissioni luminose che accompagnano la forte ionizzazione provocata dallo strappo. Tali emissioni sono state rilevate con un fotomoltiplicatore e lo studio della coincidenza di tale segnale con quello sonoro ha permesso di giudicare la significatività di tali misure nei differenti regimi.

Lo studio dei segnali presenta molti problemi e la selezione dei tracciati significativi ha decimato il numero di dati in modo da non poter ottenere delle curve soddisfacenti. Ma il risultato interessante è che con le dovute precauzioni il metodo può funzionare ed essere anche molto preciso.

5.2 SCHEMA DI MONTAGGIO

Lo schema di montaggio è mostrato in figura:

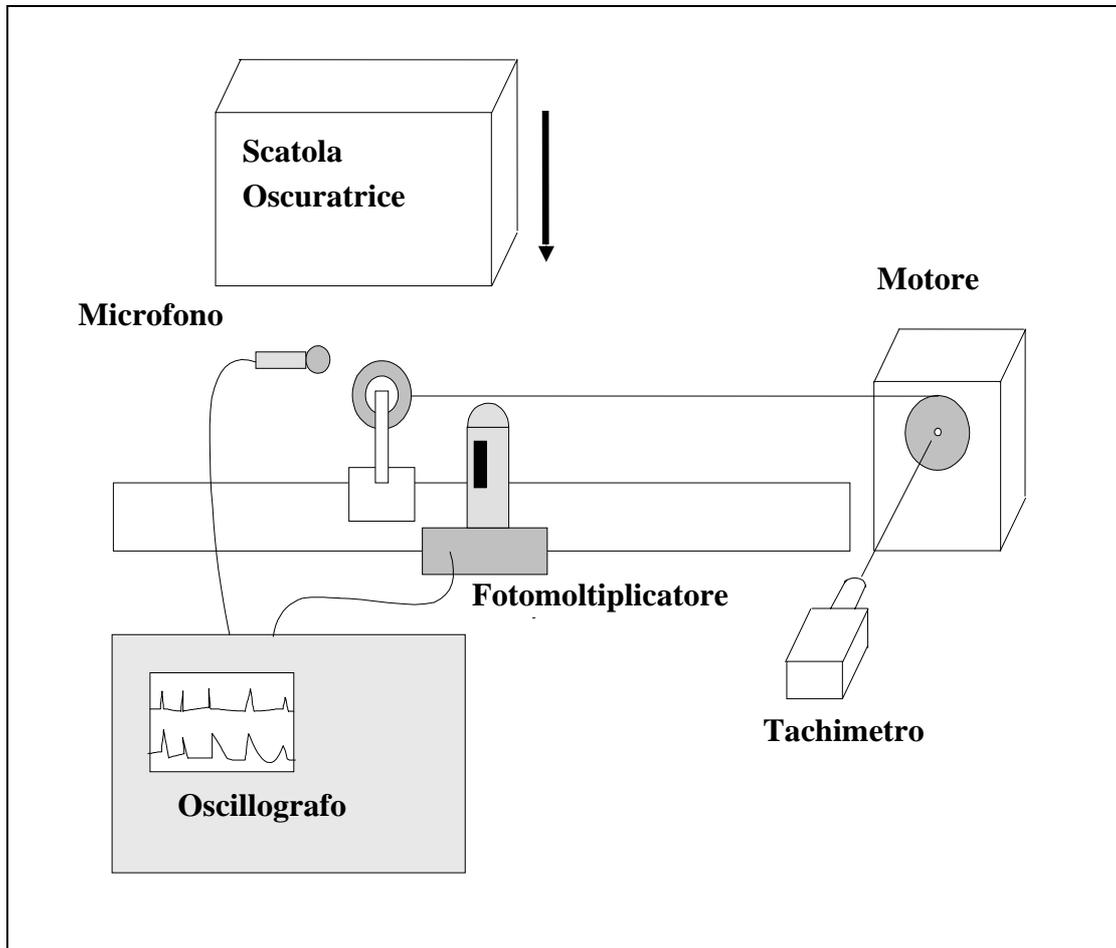


Figura 5.1 - Schema di montaggio

Il montaggio è analogo al quello della prima esperienza, ma al posto della carrucola si è collegato un motore potente in grado di mantenere una velocità di trazione costante, il cui valore può essere variato agendo su tensione e corrente di alimentazione. La lunghezza L della porzione volante è fissata e si può modificare con precisione spostando il supporto del rotolo di scotch sul banco ottico.

La velocità è misurata al livello del motore con un tachimetro meccanico che fornisce direttamente il risultato in giri al minuto assieme all'intervallo di massima escursione durante la misura.

5.2.1 Registrazione delle emissioni sonore

La prima idea è stata quella di registrare l'energia sonora emessa ad ogni ciclo e testimoniata dal **rumore caratteristico dello stick-slip**.

A questo scopo si è disposto un piccolo microfono vicino al punto di frattura e si è memorizzato il segnale su un oscillografo numerico. Dopo alcuni accorgimenti di ottimizzazione abbiamo ottenuto un segnale con evidenti picchi, ma il rumore era comunque elevato e la attribuzione dei picchi al momento degli strappi sembrava un po' azzardata. Per confermare la validità del metodo serviva un altro segnale di confronto.

Una possibilità poteva essere il confronto con l'apparizione delle **tracce opache** sul nastro, che sono correlate ai cicli di stick-slip, ma tali tracce sussistono solo per i valori di velocità compresi in un piccolo intervallo all'inizio del range interdetto. Inoltre sono molto difficili da reperire perché il nastro viene riavvolto dal motore ad una velocità maggiore di un metro al secondo ed ancora più difficile è stabilire il sincronismo dell'apparizione delle tracce con la misura sonora, dato in ogni secondo ci sono più di 100 cicli.

5.2.2 Registrazione delle emissioni luminose

L'idea per un buon segnale di confronto mi è venuta avendo sentito accidentalmente di un problema tecnico in cui delle lastre fotografiche utilizzate in esperimenti di biologia erano state rovinate dalle emissioni di un nastro adesivo usato durante l'esperimento. Cercando nella bibliografia ho trovato che in effetti è stata osservata l'emissione di scintille luminose molto deboli nello svolgimento del nastro adesivo.

Tali scintille sono dovute alla ionizzazione che si produce sul nastro durante la separazione. In effetti avvicinando una porzione di nastro appena svolto ad un braccio, l'interazione elettrostatica è molto evidente. La ionizzazione avviene lungo tutto il ciclo, ma sicuramente dopo il salto di velocità verso il ramo veloce avviene molto più intensamente in quanto tutta l'energia accumulata nella fase lenta viene liberata nel breve tempo in cui si discende il ramo veloce con velocità di separazione superiori di 2 o 3 ordini di grandezza a quelle della fase lenta. Ci aspettiamo che in questo momento la produzione di scintille abbia un massimo marcato e che questo segnale possa essere un buon indice dell'inizio di un ciclo.

Come prima conferma abbiamo verificato che le scintille sono visibili anche ad occhio nudo in una camera oscura, il fenomeno appare come una luminescenza continua azzurrina lungo la linea di separazione. Né l'occhio né una videocamera a bassa persistenza sono in grado di distinguere le singole scintille poiché la loro frequenza è molto elevata (tra i 100 e i 700 Hz) e l'intensità molto debole, così abbiamo pensato di reperire il segnale con un fotomoltiplicatore.

Per ottimizzare il rendimento del fotomoltiplicatore abbiamo coperto con una scatola di cartone una parte dell'apparato sperimentale, contenente il rotolo di scotch, il fotomoltiplicatore e il microfono; il nastro passava da una fessura praticata sulla scatola. Il fotomoltiplicatore è alimentato da un generatore di 1000V. Il segnale dei due strumenti è inviato simultaneamente nei due canali dell'oscillografo numerico e in seguito stampato con una tavola tracciante. I collegamenti sono mostrati nella figura 5.1. Lo studio dei tracciati verrà effettuato nel paragrafo § 5.4.

5.3 DESCRIZIONE DELL'ESPERIENZA

5.3.1 Determinazione del range di stick-slip

In primo luogo abbiamo misurato le velocità di inizio e fine del range di stick-slip per verificare l'accuratezza della valutazione degli estremi dei rami ricavata nella prima esperienza con la trazione a peso.

Conformemente alle osservazioni di Barquins, Khandani, Maugis [r02] lo svolgimento è stabile nel ramo lento e, superata la velocità critica v_C lo stick-slip inizia di colpo. La propagazione è rumorosa e l'angolo α della linea di frattura oscilla rapidamente da subito e con grande ampiezza (confermando che tali oscillazioni non sono in effetti trascurabili).

Per la velocità di inizio dello stick-slip abbiamo trovato $v_C \approx 15$ cm/s, contro il valore $v_C \approx 9$ cm/s determinato lavorando a forza imposta. Ciò non stupisce, visto che lavorando a forza imposta abbiamo notato la forte metastabilità dell'estremo del ramo lento, il valore trovato

con tale metodo non era che un limite inferiore. Prendiamo quindi per buono il valore ottenuto nella seconda esperienza.

La misura della velocità di termine dello stick-slip è molto difficile con il metodo della trazione a motore poiché in effetti non si riesce ad osservare un cambio di regime chiaro. Intorno ad una velocità di circa 2 m/s si ha infatti la scomparsa delle tracce opache sul nastro; il rumore rimane, ma diventa gradualmente più sfuggevole, oltre i 6 m/s anche i tracciati sull'oscillografo diventavano più anonimi, ma non ci siamo spinti oltre anche perché a tali velocità di svolgimento il consumo di rotoli di scotch è eccessivo. Tra l'altro al tempo di questa esperienza credevamo che il ramo verticale con stick-slip attorno ai 3-4 m/s della prima esperienza fosse il ramo veloce e quindi ci sembrava inutile andare oltre. Anzi il fatto di aver raggiunto i 6 m/s è stato uno degli indizi per scoprire il vero ramo veloce. Ricordiamo che il limite superiore ottenuto con la trazione a peso nel vero ramo veloce è di circa 11 m/s vedi grafico G4.3.

5.3.2 Prelevamento dei dati

I due segnali uscenti dal microfono e dal fotomoltiplicatore sono visualizzati sull'oscillografo. La velocità del motore si misura con un tachimetro digitale il cui asse è collegato all'asse del motore.

Le misure vanno compiute con attenzione per non consumare troppi rotoli di scotch. Si regola preventivamente la potenza del motore poi lo si accende di modo che raggiunga rapidamente il regime desiderato. In questo momento una persona aziona il pulsante di misura del tachimetro per un paio di secondi mentre un'altra persona esegue dei fermo-immagine nell'oscillografo, cercando un segnale soddisfacente. Quindi si ferma il motore e si stampa la schermata scelta con una tavola tracciante, riportando anche i valori della velocità, della lunghezza della porzione volante, dell'umidità e della temperatura.

Con fiducia nel metodo, abbiamo preso tutte le misure possibili nei giorni in cui il laboratorio era a disposizione, compatibilmente con le limitazioni imposte dalla durata dei preparativi di ogni misura e dal budget a nostra disposizione (sono stati usati più di 100 rotoli di scotch in tutta l'esperienza).

Abbiamo preso tre serie di misure tenendo fissa la lunghezza della porzione di nastro volante ai valori di $L=40\text{cm}$, $L=70\text{cm}$, $L=100\text{cm}$ e variando la velocità di trazione del motore nel range di stick-slip tra i 15cm/s e i 6m/s.

Poi abbiamo preso una serie di misure tenendo la velocità di trazione costante a $V=95\text{cm/s}$ e variando la lunghezza da 25 a 100cm. Abbiamo tra l'altro verificato che la velocità di apparizione dello stick-slip è indipendente dalla lunghezza L , come previsto dal modello.

5.4 STUDIO CRITICO DEI SEGNALI

5.4.1 Interpretazione dei tracciati

Lo studio dei segnali è molto delicato poiché l'identificazione delle informazioni significative all'interno del rumore richiede molto buon senso fisico, visto che in effetti non conosciamo esattamente i meccanismi delle emissioni sonore e luminose. Ciò che cerchiamo in entrambi i segnali sono dei picchi di intensità e ci aspettiamo che coincidano, ma tali picchi, che effettivamente si osservano, sono immersi nel resto del segnale e nel rumore di fondo. Alcuni tracciati sono riportati come esempio nella figura 5.2 riportata a fine capitolo.

Il segnale luminoso è tracciato in blu ed è stato traslato più in alto del segnale sonoro tracciato in rosso. Il segnale luminoso è sovrapposto ad una portante corrispondente alla

interferenza della 50 Hz di alimentazione, che consigliamo di filtrare a chi dovesse ripetere l'esperienza. Il segnale sonoro è in generale più disturbato, ma su entrambi sono spesso riconoscibili dei chiari picchi di intensità, a volte molto marcati, la cui generale coincidenza dà fiducia alla nostra ipotesi di attribuire ogni picco all'inizio di un ciclo.

Purtroppo non tutti i tracciati sono di facile lettura e solo dopo molta confidenza siamo stati in grado di leggere le varie caratteristiche dei segnali per estrarne le informazioni significative. I tracciati riportati in figura 5.2 sono quelli più significativi.

Nel tracciato A il rapporto segnale-rumore è ottimo, i picchi sono molto evidenti e stretti e la coincidenza tra suono e scintille è perfetta. Purtroppo tale situazione si è verificata solo in pochi altri, dato che al variare della velocità di trazione e della lunghezza L la forma del segnale si modifica notevolmente. Tra un picco e l'altro compaiono infatti delle oscillazioni secondarie in entrambi i segnali che, sommate al rumore di fondo rendono molto difficile la comprensione dei tracciati.

L'osservazione comparata dell'insieme dei tracciati, mi ha portato a stabilire che solo i picchi marcati e coincidenti corrispondono alle emissioni di inizio ciclo. Il resto del segnale non è solo rumore, ma ci sono anche oscillazioni dovute forse alle emissioni secondarie durante il ciclo, ad esempio potrebbero derivare dalle oscillazioni della velocità durante la fase di salita del ramo lento (vedremo nel § 6.2.6 che la velocità angolare ω del supporto e la posizione α della linea di frattura possono compiere più oscillazioni durante un ciclo di stick-slip).

Tali oscillazioni secondarie affettano con maggiore o minore influenza entrambi i segnali al variare dei parametri e spesso i picchi non sono facilmente estraibili dal fondo.

Considerando che in realtà l'avanzamento macroscopico della frattura con una certa velocità risulta dalla combinazione di un grandissimo numero di microfratture che avvengono in punti diversi della zona di separazione, non stupisce che tra le emissioni secondarie si osservino alcuni picchi di piccola ampiezza e un rumore irregolare spesso dissociato dalle emissioni luminose.

Un'ulteriore ragione di effetti secondari del segnale luminoso è che il principio delle emissioni luminose segue dei cicli di accumulazione di cariche elettrostatiche e successive scariche con emissione di scintille. Tale fenomeno avrà certamente un massimo nel momento dello strappo ma possono verificarsi anche scariche secondarie, soprattutto dove i cicli di stick-slip sono più lunghi.

Ricordiamo infatti che la nostra ipotesi era di trovare dei massimi di emissione in corrispondenza degli strappi energetici che avvengono all'inizio di ad ogni ciclo e credo che nei tracciati i picchi relativi a questi eventi siano spesso molto evidenti. Tali picchi sono caratterizzati da una netta dominanza in ampiezza sul resto del segnale e dalla forma stretta e appuntita, rispetto alle oscillazioni secondarie arrotondate. Inoltre dalla chiara coincidenza di tali picchi nel segnale luminoso e sonoro.

5.4.2 Valutazione dei risultati

Le osservazioni fatte permettono una lettura più sicura dei tracciati, ma portano anche a concludere che le informazioni significative sono poche nei dati prelevati.

Solo in una decina di tracciati i picchi marcati e coincidenti sono chiaramente identificabili come ad esempio i tracciati A,B,C,D,E,F. I tracciati G,H mostrano invece situazioni più frequenti in cui le oscillazioni secondarie non permettono di identificare i picchi.

In ogni caso anche nei tracciati buoni i picchi significativi sono pochi per poter studiare l'evoluzione dello stick-slip. Si possono comunque fare delle osservazioni qualitative, quali che la durata dei cicli (distanza tra due picchi consecutivi) non è regolare, ma anzi presenta

delle fluttuazioni relative molto grandi. Tali fluttuazioni non sono di origine sperimentale poiché i picchi sono molto stretti e marcati, ma sono intrinseche al fenomeno, come vedremo nel paragrafo § 6.2.7, nel senso che i cicli di stick-slip sono dissimili l'uno dall'altro e richiedono tempi diversi ad essere percorsi. L'irregolarità dei cicli di stick-slip cresce come già evidenziato da Barquins e Maugis [r05] man mano che la velocità di trazione cresce e la grandezza "periodo di un ciclo" diventa via via meno definita. Si può studiare l'evoluzione del periodo medio in funzione dei vari parametri per ottenere qualche informazione, ma quando le fluttuazioni sono grandi e intrinseche nella grandezza, la media va fatta su molti cicli, o non ha molto senso.

Gli strumenti che abbiamo utilizzato si sono rivelati insufficienti a delle buone misure, per il fatto che in ogni misura una volta raggiunto il regime di stick-slip, se ne poteva ottenere solo una schermata di oscillografo. Il motore andava infatti fermato durante il lungo tempo di stampa che bisognava attendere prima di poter prendere un nuovo dato.

5.4.3 Proposte di messa a punto del metodo

Con le conoscenze acquisite in queste misure il metodo può essere notevolmente migliorato. Innanzitutto bisogna utilizzare uno strumento che permetta di memorizzare sequenze di dati molto più lunghe da stamparsi in seguito, in modo da potere valutare meglio il periodo medio e anche di poter seguire la successione temporale dei dati, che può fornire informazioni fondamentali per capire la natura dinamica delle fluttuazioni.

Inoltre ora che crediamo di aver identificato nei tracciati le informazioni significative, gli strumenti possono essere regolati in modo che tali informazioni siano messe maggiormente in evidenza rispetto al fondo e usare dei filtri per eliminare al meglio le oscillazioni secondarie e il rumore, che hanno uno spettro più ristretto che i picchi di stick-slip.

In sostanza non possiamo ancora presentare delle curve di risultati comprovati, ma il nostro lavoro è servito definire un nuovo metodo di misura che, con gli accorgimenti descritti, può raggiungere una ottima efficienza e precisione per lo studio delle serie temporali dei periodi di stick-slip, con la qualità ulteriore che tale metodo di misura è disaccoppiato dalla dinamica del sistema.

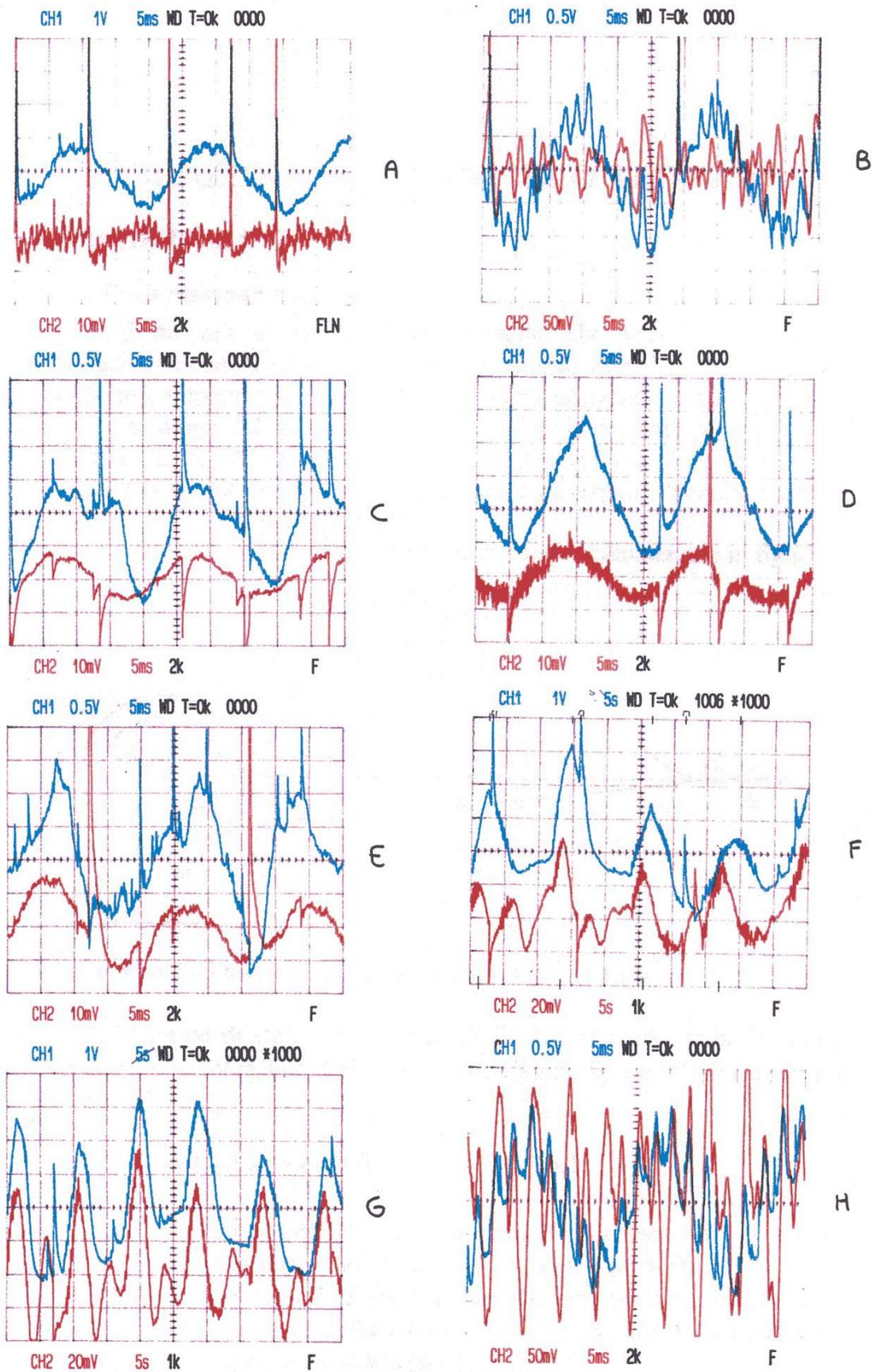


Figura 5.2 - Tracciati del segnale luminoso (in blu sopra) e sonoro (in rosso sotto)

6.EVOLUZIONE DEL MODELLO TEORICO

6.1 MODELLO A TRE VARIABILI

6.1.1 Formulazione matematica

Vediamo ora di formulare il modello che prende in conto le oscillazioni della linea di frattura e dell'angolo di pelaggio. In accordo con la formulazione di Hong e Yue [r04] ho utilizzato come variabile la forza F in luogo del tasso di restituzione G poiché rende più intuitivi gli aspetti dinamici del problema che divengono via via più importanti (la variabile G era più indicata per evidenziare gli aspetti energetici che nei primi modelli erano predominanti).

La geometria del sistema e le variabili sono schematizzate in figura:

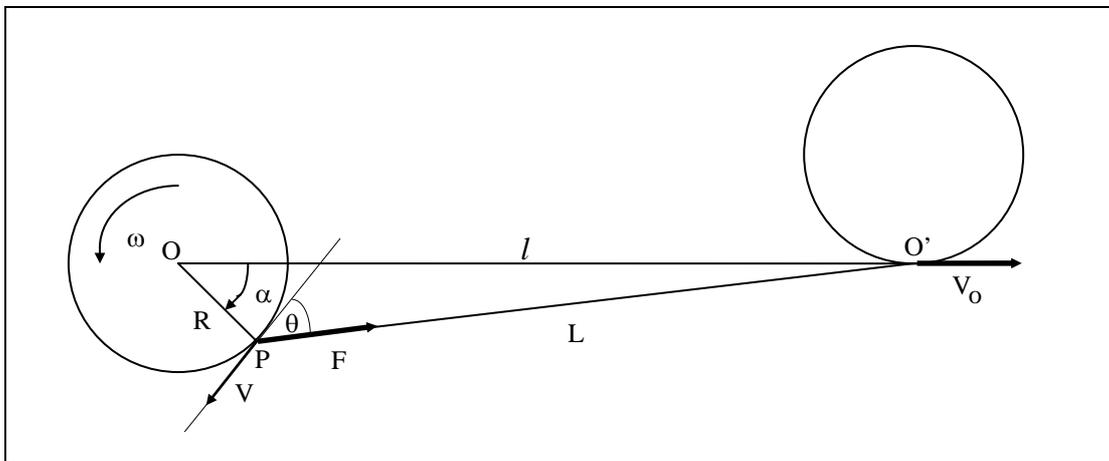


Figura 6.1 - Descrizione della geometria del sistema

L'equazione di stato per la velocità di propagazione della frattura in funzione della forza F e dell'angolo di pelaggio θ è quella discussa nel paragrafo § 2.2.5:

$$F \cdot (1 - \cos \theta) = F_0(v) = b \cdot \Phi(v) \quad \text{E6.1}$$

e viene interpretata come vincolo dinamico tra le variabili F, θ e v (nel paragrafo § 6.6.1 discuteremo la validità di questo vincolo).

L'angolo α del punto P di separazione aumenta linearmente quando la velocità di propagazione della frattura v è più grande della velocità di rotazione ω del supporto secondo la relazione:

$$R \cdot \dot{\alpha} = v - \omega \cdot R \quad \text{E6.2}$$

L'equazione per la rotazione del supporto si ricava semplicemente:

$$I \cdot \dot{\omega} = F \cdot R \cdot \cos \theta \quad \text{E6.3}$$

dove I è il momento di inerzia del supporto rotante, che si considera costante poiché la diminuzione del nastro adesivo durante lo svolgimento diventa sensibile solo dopo numerosi cicli di stick-slip, che sono le unità che vogliamo studiare.

La forza F si considera trasportata parallelamente e istantaneamente lungo il nastro; per l'estensione elastica δ del nastro vale l'equazione:

$$F = k \cdot \delta \quad \text{E6.4}$$

dove $k = Eh/L$ si considera costante nonostante le piccole variazioni di L . La equazione per la variazione di F si ottiene quindi esprimendo la variazione dell'estensione δ in funzione delle altre variabili.

L'estensione del nastro adesivo può ora variare sia per la diversità delle velocità v e V_0 che per delle variazioni dell'angolo α . Per esprimere questa dipendenza faremo alcune considerazioni geometriche.

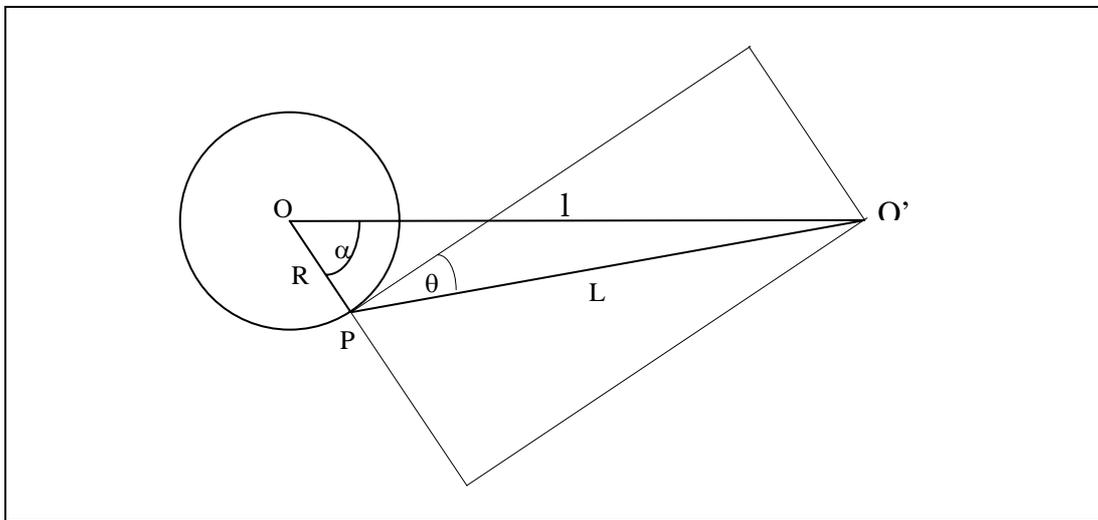


Figura 6.2 - Costruzione geometrica per vedere le relazioni tra α e θ

Iniziamo osservando che:

$$\dot{L} = (v - V_0) + \dot{\delta} \quad \text{E6.5}$$

ed esprimiamo le variazioni di L in funzione di quelle di α :

$$L = \sqrt{l^2 + R^2 - 2lR \cos \alpha} \quad \text{E6.6}$$

dove l è la misura del lato fisso $O-O'$ nel triangolo OPO' . Derivando:

$$\dot{L} = \frac{1}{2\sqrt{l^2 + R^2 - 2lR \cos \alpha}} \cdot (+2lR \sin \alpha) \cdot \dot{\alpha} = \frac{lR \sin \alpha}{L} \cdot \dot{\alpha} \quad \text{E6.7}$$

osservando la figura 6.2 otteniamo le relazioni tra α e θ :

$$\begin{cases} L \sin \vartheta = l \cos \alpha - R \\ L \cos \vartheta = l \sin \alpha \end{cases} \quad \text{E6.8}$$

da cui:

$$\begin{aligned} \dot{L} &= (v - V_0) + \dot{\delta} = R \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} \\ \dot{F} &= k \cdot \dot{\delta} = k \cdot [R \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - (v - V_0)] \end{aligned} \quad \text{E6.9}$$

Nell'ipotesi che $l \gg R$ (come tipicamente avviene) si ottengono le relazioni approssimate:

$$\begin{cases} l \approx L \\ \alpha + \vartheta \approx \pi/2 \\ \sin \vartheta \approx \cos \alpha \\ \cos \vartheta \approx \sin \alpha \end{cases} \quad \text{E6.10}$$

che ci permettono di eliminare facilmente l'angolo θ dalle altre equazioni ottenendo il set:

$$\boxed{\begin{cases} F \cdot (1 - \sin \alpha) = F_0(v) \\ I \cdot \dot{\omega} = F \cdot R \cdot \sin \alpha \\ \dot{F} = k \cdot [R \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - (v - V_0)] \\ R \cdot \dot{\alpha} = v - \omega \cdot R \end{cases}} \quad \text{E6.11}$$

che coincide con quello trovato da Hong e Yue [r03] tranne per l'eliminazione di θ , per alcuni segni e per la loro ulteriore approssimazione $\sin \alpha \approx \alpha$.

Hong e Yue hanno ottenuto la prima equazione a partire dalla legge di conservazione dell'energia:

$$F \cdot V_0 - F_0(v) \cdot v = \frac{dU_K}{dt} + \frac{dU_P}{dt} \quad \text{E6.12}$$

ma la stessa legge si trova come risultato sperimentale nel lavoro di Kendall e Rivlin [r08], costituendo una conferma della autoconsistenza delle equazioni.

6.1.2 Riduzione a tre equazioni

Il sistema di equazioni ottenuto contiene un vincolo dinamico e tre equazioni differenziali del primo ordine con vari termini non lineari (in particolare nella forma della legge sperimentale $F_0(v)$). Pertanto le variabili indipendenti sono tre e il sistema di tre equazioni differenziali corrispondente si può ottenere eliminando una variabile tramite il vincolo dinamico.

Considerando la forma delle equazioni E6.11 la cosa più semplice sarebbe usare il vincolo dinamico per esprimere v in funzione di F e α , dato che la relazione $F_0(v)$ è invertibile se ristretta ai singoli rami e che la variabile v compare in modo semplice nelle altre equazioni.

Ma poiché credo che il piano più interessante per la visualizzazione delle orbite sia la proiezione dello spazio delle fasi sul piano F-v (anche per confronto con i lavori precedenti), ho preferito eliminare la variabile α , di modo che il punto di fase sia rappresentato dalla terna di variabili (F,v, ω). Purtroppo l'aspetto matematico si complica, ma credo ne valga la pena. Riporterò i tratti essenziali dei calcoli necessari:

$$\begin{aligned}
 F - F \cdot \sin \alpha &= F_0(v) \\
 \sin \alpha &= \frac{F - F_0(v)}{F} = 1 - \frac{F_0(v)}{F} \\
 \cos \alpha &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}
 \end{aligned} \tag{E6.13}$$

da cui le equazioni per le variazioni di ω e F diventano:

$$\begin{aligned}
 I \cdot \dot{\omega} &= R \cdot (F - F_0(v)) \\
 \dot{F} &= k \left[\frac{F - F_0(v)}{F} \cdot (v - \omega \cdot R) - (v - V_0) \right]
 \end{aligned}$$

derivando il vincolo dinamico si ottiene inoltre:

$$\begin{aligned}
 \frac{dF_0(v)}{dv} \cdot \dot{v} &= \dot{F} \cdot (1 - \sin \alpha) - F \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} \\
 \frac{dF_0(v)}{dv} \cdot \dot{v} &= \dot{F} \cdot \frac{F_0(v)}{F} - F \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{F_0(v)}{F}\right)^2} \cdot \left(\frac{v - \omega \cdot R}{R}\right)
 \end{aligned}$$

da cui otteniamo un sistema autonomo nelle tre variabili (F,v, ω):

$$\left\{ \begin{aligned}
 \dot{F} &= k \cdot \left[\frac{F - F_0(v)}{F} \cdot (v - \omega \cdot R) - (v - V_0) \right] \\
 \dot{v} &= \frac{1}{\frac{dF_0(v)}{dv}} \cdot \left[\dot{F} \cdot \frac{F_0(v)}{F} - F \cdot \sqrt{1 - \left(1 - \frac{F_0(v)}{F}\right)^2} \cdot \frac{v - \omega \cdot R}{R} \right] \\
 \dot{\omega} &= \frac{R}{I} \cdot (F - F_0(v))
 \end{aligned} \right. \tag{E6.14}$$

unitamente alla relazione per calcolare α :

$$\sin \alpha = \frac{F - F_0(v)}{F} \tag{E6.15}$$

Il sistema è valido per $\frac{dF_0}{dv}(v) \neq 0$ e $F \neq 0$, ma solo la prima singolarità è essenziale e ciò ci preannuncia i problemi che si incontrano alla fine dei rami, in cui sussiste anche il problema di invertibilità.

Prendendo un valore di V_0 che non corrisponda ad un massimo o minimo di $F_0(v)$ si può facilmente verificare che il sistema ammette un solo punto fisso dipendente dal parametro V_0 :

$$\begin{cases} F = F_0(V_0) \\ v = V_0 \\ \omega = \frac{V_0}{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{F} = 0 \\ \dot{v} = 0 \\ \dot{\omega} = 0 \end{cases} \quad \text{E6.16}$$

in corrispondenza di $\alpha=0$ e $\theta=\pi/2$.

Nel prossimo paragrafo vedremo che tale punto fisso è stabile solo se V_0 si trova in un ramo a pendenza positiva di $F_0(v)$.

6.1.3 Linearizzazione e analisi di stabilità

Per studiare la stabilità dei punti fissi operiamo attorno ad essi una linearizzazione delle equazioni. Per comodità definiamo delle nuove variabili corrispondenti alle variazioni rispetto ai valori assunti nel punto fisso e quindi dipendenti da V_0 :

$$\begin{cases} u \equiv v - V_0 \\ H \equiv F - F_0(V_0) \\ \Omega \equiv \omega - \frac{V_0}{R} \end{cases} \quad \text{E6.15}$$

Sviluppiamo la $F_0(v)$ in un intorno di V_0 :

$$F_0(v) = F_0(V_0) + \frac{dF_0}{dv}(V_0) \cdot u + \frac{d^2F_0}{dv^2}(V_0) \cdot u^2 + O(u^3)$$

$$\text{poniamo: } F_0(V_0) \equiv \beta, \quad \frac{dF_0}{dv}(V_0) \equiv \gamma, \quad \frac{d^2F_0}{dv^2}(V_0) \equiv \eta$$

e chiamiamo più compattamente i termini di ordine due:

$$O((H, u, \Omega) \cdot (H, u, \Omega)) = O^2$$

Il sistema linearizzato prende quindi la forma:

$$\begin{cases} \dot{H} = -k \cdot u + O^2 \\ \dot{u} = -\left(\frac{k}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma \cdot R}\right) \cdot u + \frac{\beta}{\gamma} \cdot \Omega + O^2 \\ \dot{\Omega} = \frac{R}{I} \cdot H - \frac{\gamma \cdot R}{I} \cdot u + O^2 \end{cases} \quad \text{E6.16}$$

e la matrice Jacobiana è:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -k & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\gamma} \cdot \left(k + \frac{\beta}{R}\right) & \frac{\beta}{\gamma} \\ \frac{R}{I} & -\frac{\gamma \cdot R}{I} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{E6.17}$$

con determinante e traccia:

$$\det J = -\frac{k \cdot \beta \cdot R}{\gamma \cdot I} = -\frac{k \cdot F_0(V_0) \cdot R}{\frac{dF_0}{dv}(V_0) \cdot I} \quad \text{E6.18}$$

$$\text{Tr}(J) = -\frac{1}{\gamma} \cdot \left(k + \frac{\beta}{R}\right) = -\frac{1}{\frac{dF_0}{dv}(V_0)} \cdot \left(k + \frac{F_0(V_0)}{R}\right) \quad \text{E6.19}$$

Il segno di entrambi è dato dal segno di $\frac{dF_0}{dv}(V_0)$ cambiato di segno, visto che tutte le altre costanti sono positive. Hong e Yue hanno studiato gli autovalori dello jacobiano ottenendo che, come previsto, il punto fisso è stabile se $\frac{dF_0}{dv}(V_0) > 0$, ovvero se la velocità di trazione V_0 si trova in un ramo a pendenza positiva, e viceversa è instabile se si trova in un ramo a pendenza negativa.

6.2 MODELLO DI PROPAGAZIONE CATASTROFICA

6.2.1 Critica dell'accoppiamento di v e ω

Vorrei mettere in luce un problema che credo si sia generato nell'analisi di Maugis [r04] e che sembra essersi ripercosso nei lavori successivi di Hong e Yue [r03]. Si tratta della discussione del ruolo dell'inerzia nella dinamica di stick-slip, che a mio avviso è stato sopravvalutato leggendo con troppa fiducia le equazioni di un modello approssimato.

Nel lavoro di Maugis si è deciso di trascurare per semplicità la variazione dell'angolo α della linea di frattura, in modo da ridurre il sistema di un grado di libertà. L'equazione per la variazione dell'angolo α :

$$R \cdot \dot{\alpha} = v - \omega \cdot R$$

si riduce così al vincolo dinamico:

$$\omega \cdot R = v \quad \text{E6.20}$$

L'interpretazione è chiara: se la posizione α del punto di separazione non varia, la velocità di rotazione del supporto deve bilanciare esattamente la velocità di propagazione della frattura. A mio parere questa interpretazione rischia di snaturare il fenomeno dello stick-slip, poiché introduce un vincolo che lega alla velocità di propagazione della frattura v i fenomeni inerziali cui è soggetta la rotazione del supporto. L'equazione per la variazione di ω è infatti:

$$I \cdot \dot{\omega} = F \cdot R \cdot \sin \alpha$$

e prevede una evoluzione continua (dato che la forza F rimane limitata e non presenta delle δ di Dirac). Leggendo con troppo rigore la equazione E6.20 Maugis ha pensato che in realtà la velocità di propagazione della frattura v non potesse subire delle discontinuità e che quindi i cicli caratteristici con i due salti non fossero che delle approssimazioni corrispondenti al caso limite di inerzia trascurabile. Questo lo ha portato a ipotizzare dei cicli arrotondati e lisci (vedi figura 3.3 (b)) la cui forma dipendeva fortemente dal valore del momento d'inerzia I (vedi § 3.2.2).

Lo studio dinamico di Maugis [r04] porta alla previsione della presenza di cicli limite stabili attorno ai punti instabili del ramo a pendenza negativa e associa a questi cicli limite la natura dello stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo.

Sulla base delle osservazioni sperimentali e di alcune riflessioni sulla natura della propagazione delle fratture, crediamo invece che i salti di velocità non siano un caso limite dei cicli dinamici per inerzia trascurabile, ma che abbiano un significato proprio interpretabile nell'ambito della teoria dei processi discontinui (catastrofi) [r09]. Ho cercato di portare avanti il modello a tre variabili di Hong e Yue [r03] perché credo contenga le basi per una buona interpretazione del regime di stick-slip quando sia associato ad una buona interpretazione dei salti di velocità.

6.2.2 Catastrofi e Isteresi

Per comprendere la natura dei salti di velocità conviene isolare il fenomeno della frattura esaminando il caso semplice della separazione da un supporto piano e fisso (vedi figura 2.7). Consideriamo inoltre che la forza F sia applicata con un angolo di pelaggio costante $\theta = \pi/2$ (si tira perpendicolarmente alla superficie di incollamento). In questo modo la relazione E6.1 si riduce semplicemente a $F = F_0(v)$.

Considerando la forza F come un parametro esterno, si possono avere una o più velocità di avanzamento della linea di frattura, che corrispondono a situazioni di equilibrio tra il lavoro della forza F e l'energia assorbita dalla frattura nella rottura dei legami e nella dissipazione prodotta dalle deformazioni viscoelastiche del mezzo.

La curva $F_0(v)$ (vedi figura 6.3) rappresenta le velocità di equilibrio al variare del parametro F . Di tale curva conosciamo solo i punti sui rami a pendenza positiva, poiché

sono i soli osservabili sperimentalmente. Il punto sul ramo negativo corrisponde infatti ad un equilibrio instabile.

I punti di equilibrio rappresentati nella curva $F_0(v)$ si riferiscono a delle situazioni stazionarie, ma se la variazione dei parametri esterni avviene lentamente, possiamo considerare che la velocità evolva con continuità per stati di equilibrio successivi lungo la curva $F_0(v)$.

Mostriamo ora un esempio di evoluzione lenta su tale curva, nel senso che si varia di poco il valore della forza e si attende che la nuova velocità di equilibrio sia raggiunta. Immaginiamo che la frattura sia inizialmente ferma. Per iniziare la propagazione bisogna che la forza F superi un valore di soglia F_S , dopo di che, all'aumentare della forza, la velocità si muove sul ramo lento. Quando la forza supera il valore F_{MIN} si hanno due possibili velocità stabili, ma il sistema rimane nel ramo lento. Quando la forza supera il valore F_{MAX} il punto di equilibrio sul ramo lento scompare (congiungendosi con quello instabile); il sistema compie quindi un salto verso l'altro punto di equilibrio, che è quello sul ramo veloce.

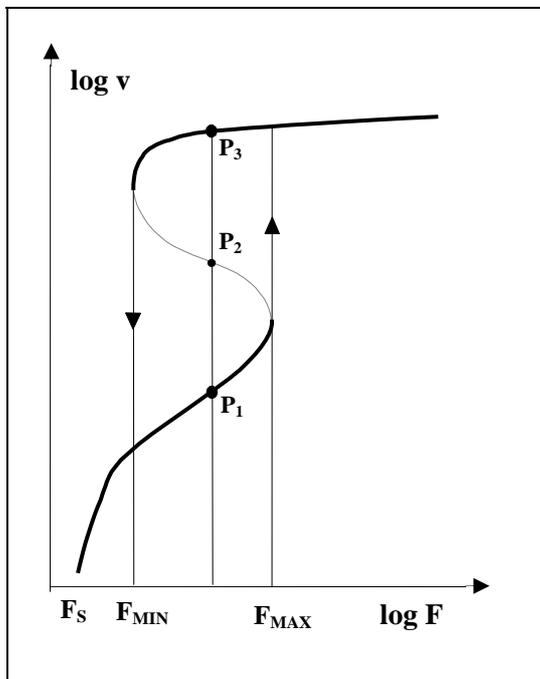


Figura 6.3 - Curva $F_0(v)$ nella rappresentazione a forza imposta

L'evidenza sperimentale è che questo salto avviene bruscamente, con l'effetto di una discontinuità nella velocità di propagazione della frattura, che si trova direttamente ad un valore superiore di tre ordini di grandezza. Dopo il salto, aumentando o diminuendo la forza F , la velocità rimane nel ramo veloce, anche quando la forza scende sotto il valore F_{MAX} e questo è il **fenomeno di isteresi**. Quando il valore di F scende sotto F_{MIN} si ha un secondo salto verso il ramo lento tornando nella condizione iniziale.

I salti di velocità ora visti corrispondono a delle variazioni discontinue del punto di equilibrio seguite a variazioni continue del parametro esterno F (potranno essercene anche per variazioni continue dei parametri T e H) e sono quindi delle “**catastrofi**” secondo la terminologia utilizzata da V.I.Arnol'd [r09].

Un aiuto alla comprensione può venire dall'osservazione delle seguenti sezioni a F costante, che mostrano l'andamento di un ipotetico potenziale della frattura in funzione della velocità di propagazione.

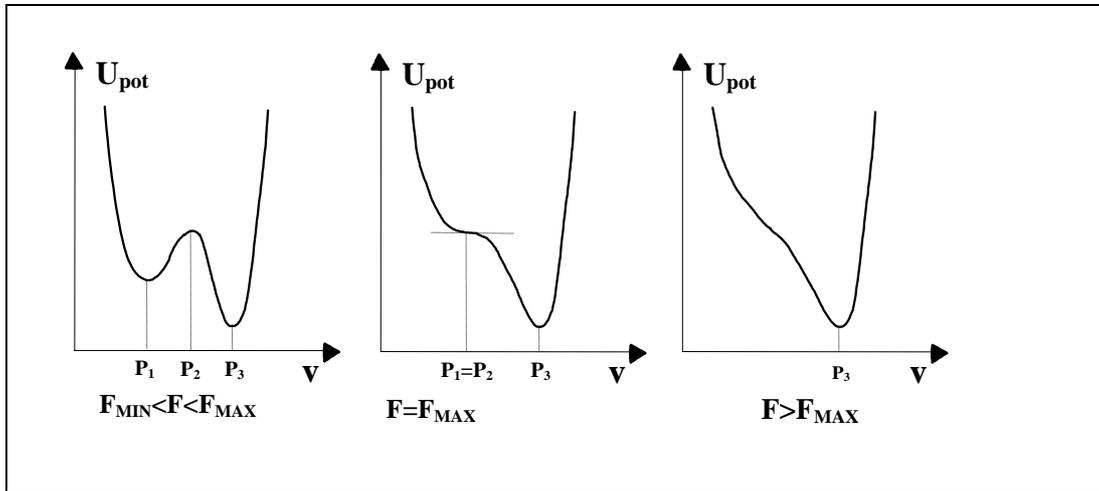


Figura 6.4 - Potenziale della frattura in sezioni a F costante

I punti stabili corrispondono ai minimi di potenziale, il massimo locale corrisponde al punto instabile. All'evolvere del valore di F , i profili del potenziale variano con continuità. Per i valori di F_{MAX} e F_{MIN} il massimo relativo si unisce al primo o al secondo minimo rispettivamente, formando un flesso orizzontale, che poi scompare lasciando il sistema fuori equilibrio. Al potenziale rimane così solo il minimo corrispondente al punto stabile sull'altro ramo.

Osserviamo che tale teoria permette di spiegare le variazioni discontinue del punto di equilibrio al variare dei parametri esterni, ma non dà informazioni sul modo e i tempi in cui il sistema giunge da un punto di equilibrio all'altro. Questi aspetti richiedono degli approfondimenti sulla natura del sistema, che verranno proposti nel paragrafo seguente.

6.2.3 Interpretazione termodinamica

Lo studio di Maugis considera la curva $F=F_0(v)$ come un vincolo dinamico descrivente le proprietà della frattura. Sotto tali ipotesi, quando la forza F supera il valore F_{MAX} il sistema discende il ramo a pendenza negativa e risale il ramo veloce fino a giungere alla velocità corrispondente al valore di F . Il moto tra i due punti di equilibrio avviene quindi in modo semplicemente dinamico e si può parlare di salti di velocità solo per esprimere che il tempo in cui il sistema passa da un ramo all'altro è molto breve.

Ma la situazione può anche interpretarsi in modo diverso considerando una possibile natura termodinamica della frattura.

Alcuni studi sperimentali [r07] mostrano che in effetti l'avanzamento macroscopico della frattura risulta dalla combinazione di un grandissimo numero di microcedimenti e microdeformazioni che si verificano lungo l'interfaccia di separazione all'avvicinarsi della linea di frattura, che è il punto in cui gli sforzi esterni si concentrano.

Ad esempio nel tratto di separazione coesiva si ha la formazione di numerosi microfilamenti nella colla che poi si rompono o si staccano ad un estremo.

In questo modo l'equazione $F=F_0(v)$ descriverebbe solo dei valori medi e sarebbe quindi un'equazione di stato che lega i valori medi delle variabili ai parametri esterni del sistema.

Il comportamento del sistema presenta per alcuni aspetti una forte analogia con il modello del gas perfetto di Van der Waals e per altri con i fenomeni fuori equilibrio, quali la diffusione.

La equazione di stato del modello di Van der Waals si riferisce ad un gas perfetto monofasico contenuto in un volume V , con una certa pressione P e una temperatura T . Le isoterme di tale gas hanno una forma caratteristica molto simile alla curva $F_0(v)$, che è in effetti una isoterma per la frattura.

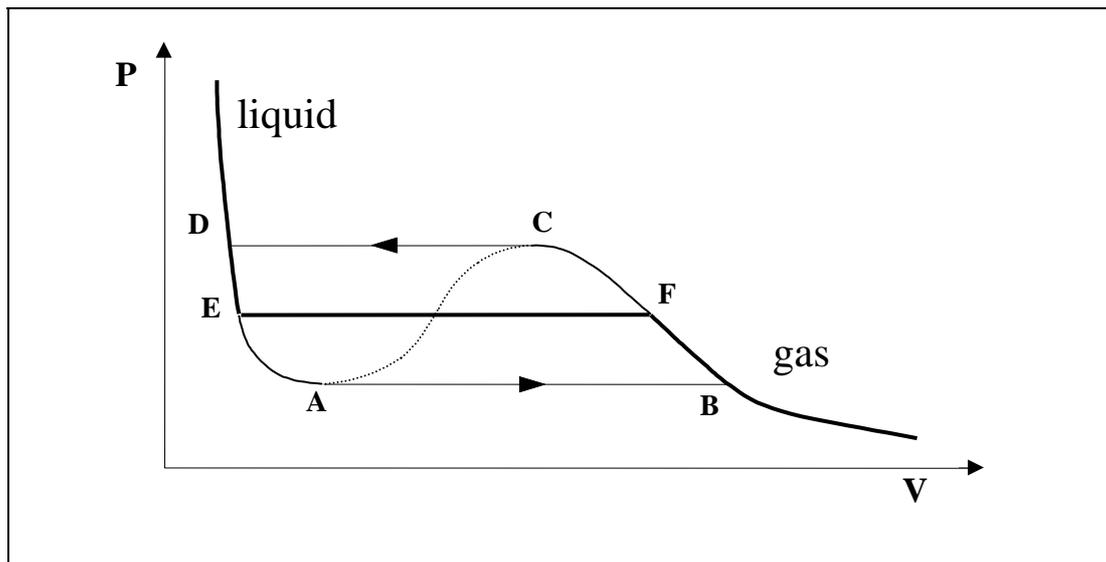


Figura 6.5 - Isotherme per un gas di Van der Waals

Aumentando il volume, la transizione da liquido a gas non avviene in modo continuo, ma nel tratto DF si ha un pianerottolo nel quale il sistema si decompone in due fasi distinte. Questo perché una analisi più attenta del modello mostra che il tratto a pendenza positiva AC si rivela macroscopicamente instabile, mentre i tratti EA e CF si rivelano metastabili.

Di fatto, con le dovute precauzioni, si riesce a portare la pressione di un liquido monofasico sotto il valore del pianerottolo (o quella di un gas monofasico sopra il pianerottolo), ma una leggera perturbazione del sistema provoca una transizione immediata all'altra fase (in un tempo dell'ordine del tempo di rilassamento del sistema). In ogni caso se si riesce ad arrivare al punto A, abbassando ulteriormente la pressione la transizione brusca è inevitabile. Tale transizione corrisponderebbe in questo caso ad una catastrofe (variazione discontinua del volume di equilibrio conseguente a una variazione continua della pressione).

Questo linguaggio si adatta molto bene a spiegare il comportamento delle fratture, in cui il ruolo della pressione è retto dalla forza F , quello del volume dalla velocità di frattura v .

Anche nelle fratture si ha un ramo intermedio non osservabile in quanto corrisponde ad un sistema macroscopicamente instabile. La analogia ci porterebbe a supporre che di fatto una situazione in cui la frattura avanzi con una velocità compresa nel range intermedio non sia realizzabile, come non si può avere un fluido con un volume nella zona AC.

Tutta questa lettura porta ad una interpretazione dei salti di velocità molto diversa da quella dinamica considerata all'inizio del paragrafo. Quando la forza supera il valore F_{MAX} si avrebbe una transizione brusca alla modalità di frattura tipica del ramo veloce, senza passare dal ramo a pendenza negativa. In pratica tale transizione avverrebbe fuori dall'equilibrio che permette alla velocità di seguire la legge $F_0(v)$, e non sarebbe quindi disegnabile sul diagramma $F-v$. Il tempo necessario al salto non sarebbe quindi il tempo di percorrenza del ramo a pendenza negativa, ma un tempo dell'ordine del tempo di rilassamento del sistema. All'apparenza tali salti avvengono in modo istantaneo poiché i tempi di rilassamento sono evidentemente molto brevi.

Vedremo nel paragrafo § 6.3 che anche la metastabilità entra nell'analogia comportamentale, motivando delle ipotesi aggiuntive sull'aspetto dinamico del modello.

Di fatto l'equazione di stato di Van der Waals descrive un sistema all'equilibrio termodinamico, mentre la propagazione di una frattura riguarda un sistema fuori da tale equilibrio (lo stato di equilibrio corrisponderebbe alla separazione completa delle due superfici).

Sotto tale aspetto la propagazione della frattura è più simile ad un sistema diffusivo nel quale, per situazioni non lontane dall'equilibrio, alcune osservabili macroscopiche assumono dei valori stabili per i quali si possono determinare delle leggi evolutive. Come in tale situazione si può correlare la velocità di diffusione al gradiente della concentrazione, così nelle fratture si può correlare la velocità di propagazione alla forza applicata.

Bisogna inoltre osservare che le considerazioni fatte si riferiscono a situazioni stazionarie, o per variazioni lente dei parametri esterni (F, T, H, L). Il limite alla rapidità di variazione dei parametri è stabilito dall'ordine di grandezza del tempo di rilassamento del sistema.

Purtroppo un modello microscopico che renda conto quantitativamente della forma della curva $F_0(v)$ e dei tempi di rilassamento non è stato ancora formulato.

6.2.4 Giustificazione del vincolo dinamico

Faremo ora alcune ultime considerazioni che giustificano l'utilizzo dei modelli discussi nello studio dei cicli di stick-slip a velocità imposta.

Bisogna innanzitutto osservare la velocità di trazione V_0 è imposta all'estremo del nastro e non nel punto di frattura. L'avanzamento del punto di trazione produce una tensione nel nastro e l'applicazione conseguente di una forza F nel punto di frattura.

Le considerazioni del paragrafo precedente ci mostrano che, se le variazioni della forza F sono lente rispetto al tempo di rilassamento del sistema, la velocità di propagazione della frattura varia seguendo l'equazione di stato $F=F_0(v)$.

Quando la forza supera il valore F_{MAX} si ha un salto di velocità verso il ramo veloce, che, trascurando i tempi di rilassamento può essere considerato istantaneo.

Questa costituisce la sostanza del **modello di propagazione catastrofica**, che riguarda le fratture in generale.

Tornando al caso dello svolgimento del nastro adesivo da un supporto rotante, il modello si traduce nell'affermare che, se i tempi caratteristici dei cicli di stick-slip sono grandi rispetto al tempo di rilassamento della frattura, il sistema evolve seguendo il sistema di tre equazioni determinato nel § 6.1.2, con la condizione aggiuntiva che quando la velocità di propagazione della frattura supera il valore critico v_C (o scende sotto v_A) si abbia un salto di velocità istantaneo verso l'altro ramo.

6.2.5 Descrizione di un salto sul supporto rotante.

Il modello di Maugis (§ 3.2.2), legando la velocità di frattura all'inerzia del rotolo, ha negato la presenza dei salti e supposto che alla fine del ramo lento la velocità proseguisse nella regione intermedia, seguendo dei cicli arrotondati mostrati in figura 3.3 (b).

La interpretazione che abbiamo fornito nei paragrafi precedenti implica invece che la frattura non può propagarsi con velocità compresa nel range interdetto, ma che giunti alla velocità critica v_c la velocità di frattura subisce inevitabilmente un salto al secondo ramo.

Mostreremo ora come ciò non sia in contraddizione con la presenza dell'inerzia, in quanto la discontinuità della velocità di frattura non si traduce in una discontinuità della velocità di rotazione del supporto, ma in un brusco avanzamento della linea di frattura.

Questo comportamento si può leggere nelle equazioni:

$$R \cdot \dot{\alpha} = v - \omega \cdot R$$

$$I \cdot \dot{\omega} = F \cdot R \cdot \sin \alpha$$

la seconda equazione impone per ω una variazione continua, la prima permette a v una discontinuità se anche $\dot{\alpha}$ la subisce. Le variabili v e $\dot{\alpha}$ sono quindi libere dai fenomeni inerziali di ω .

Il fatto che il nastro adesivo sia avvolto su un supporto rotante non può infatti modificare la natura del meccanismo di separazione. L'effetto dell'inerzia non è quindi quello di impedire i salti, ma piuttosto quello di far sì che il lavoro della forza F non sia usato solo nella propagazione della frattura, ma anche nella variazione di energia cinetica del supporto.

La semplificazione compiuta da Maugis nell'ignorare le oscillazioni della posizione α della linea di frattura, non ha l'unico effetto di trascurare le variazioni dell'angolo di pelaggio θ , ma va ad impedire un grado di libertà fondamentale nel fenomeno dello stick-slip ed è quindi inadatta a spiegare la dinamica dello svolgimento del nastro adesivo.

Inoltre le variazioni dell'angolo α si rivelano molto importanti per spiegare correttamente gli effetti inerziali del supporto rotante, visto che supponendo $\alpha \approx 0$, si ottiene:

$$I \cdot \dot{\omega} = F \cdot R \cdot \sin \alpha \approx 0$$

ovvero la forza F non produce una coppia apprezzabile se l'angolo α non cresce a sufficienza.

Tutte queste considerazioni sono ben contemplate nel modello a tre variabili che, accoppiato con la descrizione catastrofica dei salti, dà una spiegazione autoconsistente dei vari aspetti dinamici del regime di stick-slip nello svolgimento del nastro adesivo da un supporto rotante.

6.2.6 Descrizione di un ciclo di Stick-slip

Possiamo ora descrivere la dinamica di un ciclo di stick-slip, mostrando il ruolo dei vari gradi di libertà. Studieremo la proiezione sul piano (F, v) che è la più intuitiva, ricordando la presenza della terza variabile ω e della variabile dipendente α .

$$\begin{cases} F \cdot (1 - \sin \alpha) = F_0(v) \\ I \cdot \dot{\omega} = F \cdot R \cdot \sin \alpha \\ \dot{F} = k \cdot [R \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - (v - V_0)] \\ R \cdot \dot{\alpha} = v - \omega \cdot R \end{cases}$$

La descrizione matematica completa della dinamica è costituita dal set di equazioni differenziali del modello a tre variabili, valido solo nelle regioni dove l'equazione di stato $F_0(v)$ è ben definita, ovvero nei suoi rami a pendenza positiva, con la condizione aggiuntiva che quando la velocità giunge all'estremo di uno di questi rami, subisce un salto istantaneo nell'altro ramo lasciando invariati i valori di F e α .

La struttura dei cicli sul grafico (F, v) è simile a quella proposta nei primi modelli dei cicli di rilassamento: inizialmente la velocità aumenta per raggiungere la velocità di trazione V_0 che si trova nel range interdetto; quando la velocità giunge al valore critico v_C salta sul secondo ramo, in cui la velocità è più grande che V_0 e quindi cala discendendo rapidamente il ramo veloce, al cui termine subisce un secondo salto tornando al ramo lento e il ciclo ricomincia.

Osserviamo che il punto (F, v) non si muove sulla curva $F_0(v)$ a causa delle variazioni dell'angolo di pelaggio θ , che sono collegate alle variazioni dell'angolo α del punto di separazione, e quindi indirettamente agli effetti inerziali della seconda equazione del sistema.

L'effetto delle oscillazioni della linea di frattura (e quindi dell'angolo di pelaggio) si traduce in una serie di oscillazioni della variabile F attorno alla curva $F_0(v)$ che sono bene evidenziate nelle simulazioni di Hong e Yue (Figura 3.5 (a) e (d)).

Quando la velocità subisce il primo salto, la velocità angolare ω rimane istantaneamente invariata, di modo che l'angolo α del punto di frattura comincia ad avanzare rapidamente, diminuendo fortemente l'angolo di pelaggio θ e aumentando la coppia sul supporto rotante, che accelera solo in seguito.

Le simulazioni di Hong e Yue mostrano che la velocità angolare ω compie varie oscillazioni tra un salto e un altro in stretto collegamento con le oscillazioni di α e causando le piccole oscillazioni della forza F durante la fase di salita nel ramo lento.

Durante la discesa nel ramo veloce, l'angolo α aumenta rapidamente e la velocità di frattura v diminuisce. Dopo il secondo salto, il ciclo ricomincia, ma l'angolo α può avere un valore diverso rispetto a quello del ciclo precedente. Ovvero, grazie al grado di libertà α , le orbite possono non chiudersi dopo un ciclo.

Dopo il secondo salto, la velocità v è diminuita talmente che la frattura sembra arrestata. Il sistema comincia delle oscillazioni dell'angolo α guidate da fenomeni inerziali, durante le quali il nastro si ritende gradualmente facendo riaumentare la velocità di frattura v . Le oscillazioni di ω diminuiscono di ampiezza durante la salita per fenomeni dissipativi. Di fatto la ampiezza delle oscillazioni di ω subisce gli impulsi dominanti solo nel ramo veloce in cui può aumentare o diminuire a seconda della fase dell'oscillazione in cui il salto avviene.

Al variare del rapporto tra la frequenza di oscillazione di ω e la frequenza dei cicli di stick-slip (dipendenti entrambe da I , L e V_0) possono prodursi orbite con periodo multiplo o aperiodiche.

6.2.7 Operatore per un ciclo

Sulla figura 6.6 identifichiamo i quattro punti B,C,D,A sulla curva $F_0(v)$ corrispondenti alle velocità caratteristiche del ciclo: v_C e v_A sono le velocità critiche per cui si hanno i salti di velocità; v_B e v_D sono le velocità dopo i salti, determinate dalle relazioni:

$$F_0(v_D) = F_0(v_C) \quad \text{e} \quad F_0(v_B) = F_0(v_A)$$

In corrispondenza di tali velocità il punto di fase $x=(F,v,\omega)$ ha la velocità v determinata, ma non i valori di F e ω .

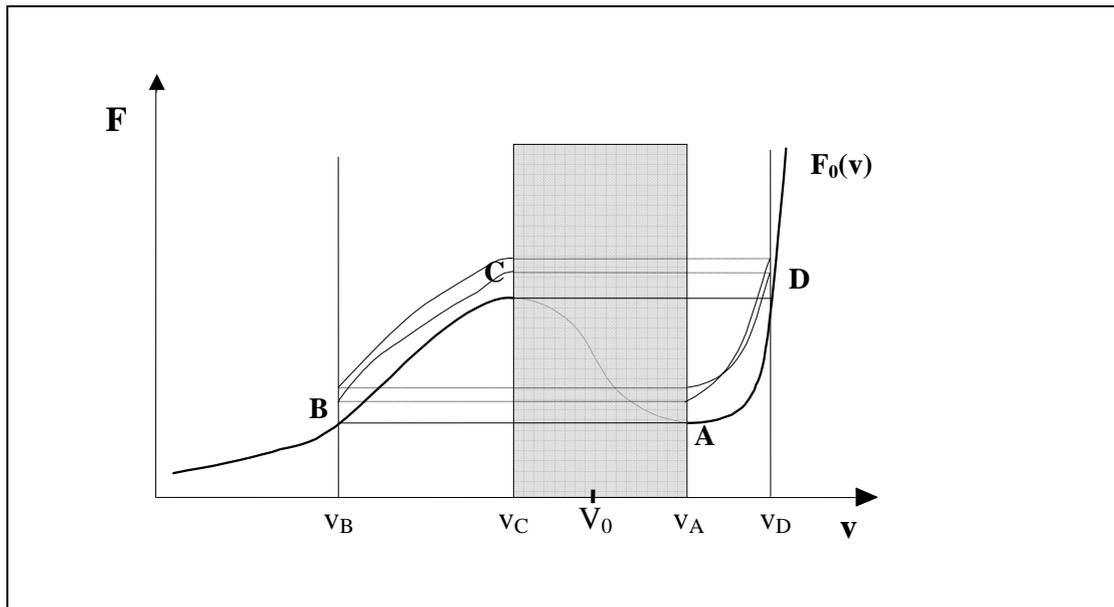


Figura 6.6 - Proiezione di un ciclo di stick-slip sul piano (F,v)

L'integrazione delle equazioni del moto è composta di quattro fasi.

La prima è la salita lungo il ramo lento BC. In essa il punto di fase è soggetto al sistema di equazioni differenziali E6.14, che possiamo schematizzare nella forma $\dot{x} = f(x)$, dove $F_0(v)$ ha la forma determinata per il primo ramo. Scriviamo la soluzione in forma $x(t) = g_1^t(x_0)$; il tempo T_1 necessario alla salita è ricavabile come tempo necessario a passare dalla velocità v_B a v_C ed è funzione dei valori di F e ω del punto iniziale x_B .

$$\dot{x} = f(x) \quad \rightarrow \quad x(t) = g_1^t(x_0) \quad x_C = g_1^{T_1}(x_B) \quad \rightarrow \quad T_1 = T_1(x_B)$$

La seconda fase corrisponde al salto di velocità istantaneo da v_C a v_D ed è descrivibile con l'azione di un operatore discreto D_1 che modifica la velocità lasciando invariati i valori di F e ω .

$$D_1(x_C) = x_D \quad x_C = (F_C, v_C, \omega_C) \rightarrow x_D = (F_C, v_D, \omega_C)$$

La terza fase è la discesa lungo il ramo veloce DA, dove la $F_0(v)$ ha la forma determinata per il secondo ramo e dà un flusso $x(t) = g_2^t(x_0)$; in analogia alla fase BC scriviamo:

$$x_A = g_2^{T_2}(x_D) \rightarrow T_2 = T_2(x_D) = T_2(x_B)$$

La fase AB è il secondo salto di velocità:

$$D_1(x_A) = x_B \quad x_A = (F_A, v_A, \omega_A) \rightarrow x_B = (F_A, v_B, \omega_A)$$

L'evoluzione su un ciclo di può esprimere riunendo le quattro fasi in un unico operatore di evoluzione F che ci dà il punto di fase alla fine di un ciclo in funzione del punto di fase alla fine del ciclo precedente:

$$x_B' = D_2(x_A) = D_2(g_2^{T_2}(x_D)) = D_2(g_2^{T_2}(D_1(x_C))) = D_2(g_2^{T_2}(D_1(g_1^{T_1}(x_B))))$$

si ottiene la ricorrenza:

$$x_B^{N+1} = F(x_B^N)$$

$$F = D_2 \circ g_2^{T_2} \circ D_1 \circ g_1^{T_1}$$

Il tempo per compiere un ciclo è dato da $T = T_1 + T_2$, ed è funzione del punto iniziale x_B ; questo ci conferma che le fluttuazioni di tale grandezza sono insite della dinamica. Si può tentare di scrivere una ricorrenza per il periodo dei cicli nella forma:

$$T^{N+1} = J(T^N)$$

per studiare le serie dei periodi ottenuti sperimentalmente.

6.2.8 Critica del modello dei cicli limite

Lo studio nel paragrafo § 6.1.3 ci ha mostrato, come già nel modello di Maugis, che se la velocità di trazione V_0 del motore si trova in corrispondenza di un ramo a pendenza positiva lo svolgimento stazionario è dinamicamente stabile. In questo caso il ragionamento è corretto poiché in tale regione l'equazione di stato $F \cdot (1 - \sin \alpha) = F_0(v)$ é ben definita, e, per fluttuazioni non troppo rapide, ha senso discutere la stabilità dinamica considerando l'equazione di stato come un vincolo dinamico tra F, v e α .

Lo stesso studio non può essere utilizzato per dimostrare l'instabilità dinamica del regime stazionario se la velocità di trazione V_0 si trova nel range interdetto. In tale regione infatti la equazione di stato $F \cdot (1 - \sin \alpha) = F_0(v)$ non è definita come abbiamo visto nel § 6.2.3.

In pratica il range di velocità intermedie è escluso dalla dinamica poiché in primo luogo non corrisponde a nessuno stato di equilibrio macroscopico e per di più il modello di propagazione catastrofica ci mostra che questo range in effetti non è mai visitato e costituisce quindi una regione completamente disaccoppiata dalla dinamica della propagazione della frattura e quindi anche dalla dinamica dei cicli di stick-slip.

Questa interpretazione mette in crisi il modello dei cicli limite di Maugis, poiché tali cicli limite traggono la loro natura dall'analisi dinamica del moto sul ramo a pendenza negativa della curva $G=\Phi(v)$ intesa come vincolo dinamico effettivo. Non ha più quindi senso parlare della biforcazione di Hopf che avverrebbe quando la velocità imposta V_0 supera la velocità critica v_C .

Il modello di propagazione catastrofica presenta una spiegazione alternativa della comparsa dello stick-slip nel range intermedio. Il modello prevede che se V_0 sta nel ramo lento lo svolgimento è stabile con $v=V_0$. Aumentando V_0 nel ramo a pendenza positiva, anche v aumenta e lo svolgimento rimane stabile, ma quando V_0 supera la velocità critica v_C , la velocità di frattura v subisce un primo salto verso il secondo ramo si trova così nel pieno del regime di stick-slip, dato che ogni volta che si avvicina a V_0 dall'alto o dal basso subisce un salto che la manda dall'altra parte della zona di interdizione.

Questo spiega tra l'altro l'osservazione sperimentale che, quando la velocità di trazione V_0 supera la velocità critica v_C , lo stick-slip compare subito con ampiezza elevata e non gradualmente come prevedrebbe la biforcazione di Hopf.

In questa interpretazione i cicli di stick-slip presentano la stessa struttura al variare dell'inerzia I del supporto rotante, che scende così al ruolo di parametro secondario. La presenza dei salti non è un caso limite di inerzia nulla.

6.2.9 Discussione dei risultati di Hong e Yue

Il lavoro di Hong e Yue [r03] si presenta come prova dell'esistenza di caos deterministico nella dinamica dello svolgimento del nastro adesivo, ma la interpretazione del fenomeno che abbiamo presentato, mette in discussione il calcolo degli esponenti di Lyapunov da loro effettuato.

Il lavoro segue infatti i passi dello studio di Maugis, seppure utilizzando un modello a tre variabili contenente le oscillazioni della linea di frattura. L'equazione di stato viene considerata valida per tutte le velocità e l'instabilità del ramo a pendenza negativa viene studiata con una linearizzazione al livello dinamico. Inoltre si sostiene che se la condizione iniziale è sul ramo a pendenza negativa, l'orbita si allontana "spiraleggiando" dal punto instabile e raggiungendo rapidamente il ciclo limite di stick-slip, che è descritto simile ai cicli di rilassamento classici (vedi Figura 3.4). Si assicura inoltre che il passaggio dallo svolgimento stabile allo stick-slip avviene tramite una biforcazione di Hopf come nello studio di Maugis.

La trattazione discorda in più punti con le ipotesi del modello di propagazione catastrofica, ma il calcolo degli esponenti di Lyapunov potrebbe rimanere valido se nelle simulazioni numeriche Hong e Yue avessero tenuto conto dei salti di velocità. Se hanno semplicemente risolto il sistema di tre equazioni differenziali con condizione iniziale nel ramo a pendenza negativa, il loro calcolo è in disaccordo con la nostra interpretazione. Se invece hanno impostato correttamente i salti di velocità, il ramo a pendenza negativa non viene in effetti visitato dalle soluzioni, eliminando i problemi interpretativi. Le simulazioni numeriche sarebbero così concordanti con il modello di propagazione catastrofica e il calcolo degli esponenti di Lyapunov proverebbe la presenza di orbite caotiche nello svolgimento del nastro adesivo.

Il nostro studio mostra come i salti di velocità vadano aggiunti alla dinamica delle equazioni differenziali introducendo degli operatori discreti; sinceramente leggendo il lavoro di Hong e Yue non si accenna a questa operazione, quindi temiamo che le conclusioni sulla caoticità non siano attendibili e che i passi dell'analisi vadano ripetuti con attenzione.

Le simulazioni numeriche di Hong e Yue (fig. 3.5) rimangono comunque interessanti poiché il tratto di salita del ramo lento, correttamente descritto, occupa la quasi totalità del tempo di un ciclo. La fase di discesa del ramo veloce è infatti molto rapida e appare istantanea nei tracciati, traducendosi in una cuspide nei grafici di $\omega(t)$.

6.3 MODELLO DELLE CATASTROFI PRECOCI

Nel paragrafo § 4.6.1 abbiamo osservato che lavorando a forza imposta il regime stazionario corrispondente alla parte terminale del ramo lento diviene sempre più precario avvicinandosi alla forza critica F_C . Di fatto più si è vicini a tale valore, più una piccola perturbazione (impurità o bolla nella colla, vibrazione del sostegno, ecc.) è sufficiente a mandare la frattura fuori equilibrio provocando un salto al secondo ramo anche se la forza è inferiore a F_C , si ha cioè una “catastrofe precoce”.

Osserviamo che anche questa metastabilità rispecchia l’analogia con il modello termodinamico di Van der Waals. Ricordiamo infatti che lavorando a pressione costante (oltre che temperatura costante), si può portare la pressione sopra il valore di saturazione senza che la transizione di fase inizi, a patto che siano prese le dovute precauzioni nella trasformazione. La minima perturbazione è sufficiente a fare avvenire la transizione di fase di colpo, provocando anche in questo caso una catastrofe precoce (si intende precoce rispetto alla catastrofe naturale che si avrebbe se si giungesse alla fine del ramo metastabile).

Possiamo ora spiegare la dominanza del ramo di stick-slip nella trazione a peso. Se lavorassimo veramente a forza imposta, dopo un salto precoce la velocità rimarrebbe stabile nel valore corrispondente alla stessa forza nel ramo veloce. Ciò non accade poiché nel tempo in cui la massa agganciata prende velocità, il nastro si è allentato e la velocità di frattura ha già subito un secondo salto tornando al ramo lento. In questo momento la velocità della massa è maggiore di prima e porta il sistema a compiere un secondo salto precoce e un altro ciclo. Di fatto sperimentalmente si è verificato che per qualsiasi carico, la massa raggiunge la stessa velocità media di regime V_C situata in mezzo al range interdetto e corrispondente come abbiamo visto ad un normale regime di stick-slip. In tale regime gli impulsi di rallentamento che la massa subisce ogni volta che il ciclo passa per il ramo lento (più di cento volte al secondo) agiscono come una forza media frenante che si oppone alla forza di gravità stabilizzando la velocità della massa.

In effetti la frequenza dei cicli è molto alta (tra 100 e 700Hz) e questo mette un po’ in discussione il fatto che durante i cicli le variazioni della forza possano considerarsi “lente” rispetto ai tempi di rilassamento della frattura. È probabile che in tale situazione di variazione rapida, la frattura non riesca a percorrere l’intero ramo lento, ma che subisca delle catastrofi precoci ad ogni ciclo, modificandone sostanzialmente la dinamica.

La situazione di variazione rapida produce probabilmente una condizione di **sensibilità alle perturbazioni** nel ramo lento, di modo che il sistema quasi sicuramente subisce una catastrofe precoce, anche se il punto in cui la subisce rimane aleatorio. Una possibile conferma di questa ipotesi viene da un’osservazione sperimentale inspiegata da Barquins e Maugis [r05], ovvero il fatto che aumentando la velocità imposta dal motore nel range interdetto, l’ampiezza delle oscillazioni della forza diminuisce, con la particolarità che è il punto di massimo a diminuire. La figura 3.2 mostra che aumentando la velocità di trazione nel range interdetto la frequenza dello stick-slip cresce, e nell’ipotesi delle catastrofi precoci è naturale che se le oscillazioni sono più rapide, la sensibilità alle perturbazioni sia maggiore e si traduca in una precessione media del punto di salto.

I dati sembrano mostrare inoltre la maggiore stabilità del ramo veloce, nel quale non si osservano precessioni, ma ciò può essere illusorio, poiché il tratto inferiore del ramo veloce è quasi orizzontale, di modo che eventuali precessioni tarderebbero a manifestarsi in una variazione della forza minimale dei cicli. Per di più delle leggere precessioni nel rientro dal ramo veloce spiegherebbero la misteriosa scomparsa delle tracce opache che si osserva all'aumentare della velocità nel range interdetto: se il ciclo si chiude in un punto successivo al punto di transizione tra la separazione coesiva e quella adesiva (§ 2.2.4), il breve tratto di separazione coesiva che lascia la traccia opaca non viene percorso!

Ricordiamo che le misure di frequenza riportate da Barquins e Maugis si riferiscono solo alle velocità prossime a v_C poiché come loro stessi affermano, procedendo nel range interdetto le oscillazioni della forza divengono molto irregolari, facendo pensare ad una dinamica caotica.

Il modello delle catastrofi precoci si presenta come una valida alternativa alla spiegazione caotica, poiché oltre il breve range osservato da Barquins e Maugis, le frequenze di stick-slip sono superiori ai 700 Hz ed è probabile che le catastrofi precoci diventino dominanti impedendo il percorrimto dei cicli che vengono interrotti sempre più spesso e in modo sempre più aleatorio, dato che tutto il ciclo diviene progressivamente sensibile. Il comportamento può essere anche più complesso poiché in effetti quando la frequenza di stick-slip comincia ad essere paragonabile al tempo di rilassamento della frattura, il sistema comincia ad essere permanentemente fuori equilibrio, e l'equazione di stato della frattura ha raggiunto i suoi limiti di validità.

BIBLIOGRAFIA

- [r01] AUBREY D.W., et SHERIFF M., *Peel adhesion and viscoelasticity of rubber-resin blends*, J.Polymer Sci., 18, p.2597-2608, 1980.
- [r02] BARQUINS M., KHANDANI B. et MAUGIS D., *Propagation saccadée de fissure dans le pelage d'un solide viscoélastique*. C.R.Acad. Sci. Paris, 303, p.1517-1519, 1986.
- [r03] HONG D.C. et YUE S., *Deterministic chaos in failure dynamics: dynamics of peeling of adhesive tape*, Physical Review Letters, 74, p.254-257, 1995.
- [r04] MAUGIS D., *Propagation saccadée de fissure en pelage, rôle de l'inertie*, C. R. Acad. Sci. Paris, 304, p.775-778, 1987.
- [r05] BARQUINS M. et MAUGIS D., *Stick-slip and peeling of adhesive tapes*, in Adhesion 123, K.W. Allen Ed., Elsevier Applied Science, London, p.205-222, 1988.
- [r06] BARQUINS M., BOILOT A., CICCOTTI M. et VAROTTO A., *Sur la cinétique de décollement d'un ruban adhésif sous l'action d'un poids mort*, C. R. Acad. Sci. Paris, 321, p.393-399, 1995.
- [r07] BARQUINS M., *Le collage. Une alternative "moderne" aux trois techniques classiques d'assemblage: rivetage, vissage et soudage*. Bulletin de l'Union des Physiciens, 88 ° année, n.762, 1994.
- [r08] RIVLIN R.S., *Paint Technol.*,9, pg.215-216, 1944.
- [r09] ARNOLD V.I., *Teoria delle catastrofi*, Ed. Boringhieri, Torino, 1990.
- [r10] WILLIAMS J.G., RADON J.C., TURNER C.E, *Polym. Eng. and Sc.*, 4, pg. 130-141, 1968.
- [r11] MINORSKY N., *Non linear oscillations*, Van Nostrand, N.Y., 1962.
- [r12] JORDAN D.W., SMITH P., *Non linear ordinary differential equations*, Clarendon Press, Oxford, 1977.